



# Avslutande föreläsning LGMA65

---

# Innehåll

- Modulerna
- Modelleringscykeln
- Strategier för problemlösning
  - Två exempel från uppgifterna
- Diskussion:
  - För lite teori?
  - Otydliga frågor
  - Andraämne?
  - Problemlösningsplan



# Modulerna



# Funktioner och ekvationer som modeller

- Vad är en bra modell (kurvanpassning)?
- Vrid och vänd på datan
- Begriplighet vs. prediktionskraft

*With four parameters I can fit an elephant, and  
with five I can make him wiggle his trunk.*

-John von Neumann

# Optimering

- Formulera modellen:
  - Variabler
  - Målfunktion
  - Bivillkor
- Ett kraftfullt verktyg är linjär programmering:
  - proportionalitet
  - additivitet
  - (kontinuerliga variabler)

# Dynamiska modeller

- Beskriver koncentrationer, populationer etc. över tid
- Olika typer av lösningar:
  - analytiska
  - numeriska
  - stationära
- Stabilitet av stationära lösningar

# Stokastiska modeller

- Markovkedjor:
  - diskret/kontinuerlig tid
  - stationära lösningar (kort minne i systemet)
  - Kolmogorovs framåtekvation

# Spelteori

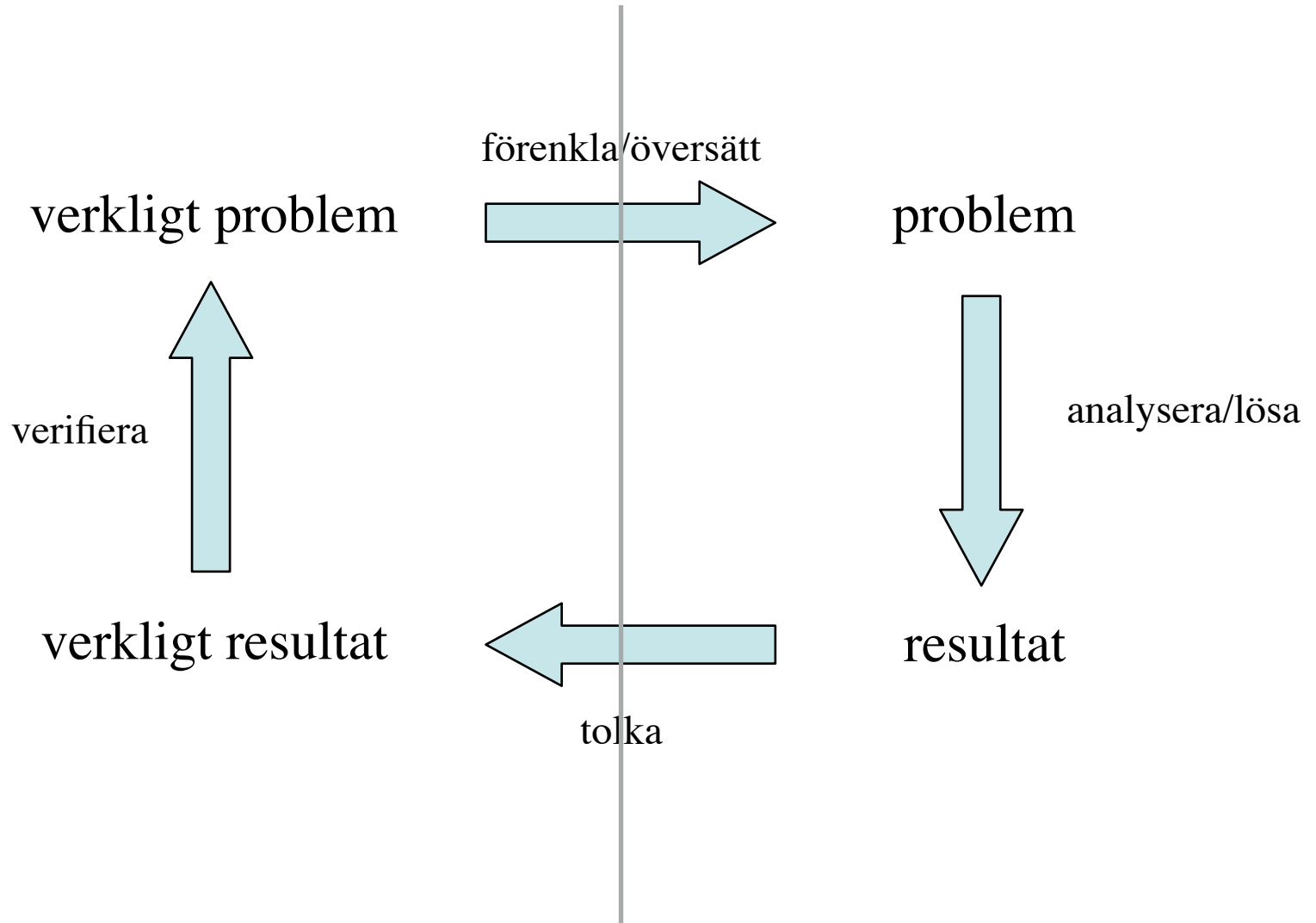
- Vilka situationer kan betraktas som "spel"?
- Definiera en vinstfunktion
- Nash-jämvikt
- Konflikt mellan individ och kollektivet



# Rumsliga modeller

- slumpvandring  $\leftrightarrow$  diffusion  $\leftrightarrow$  värmeledning
- Bestäm lösningsdomän
- Begynnelse- och randvillkor
- Reaktion-diffusion modeller (ODE  $\rightarrow$  PDE)

# Modelleringscykeln



# Verklighet ↔ Modell



1. René Magritte, *La Confusion humaine*, 1933.

# Problemlösning enligt Polya

1. Förstå problemet
2. Tänk ut en plan
3. Genomför planen
4. Betrakta lösningen

# Förstå problemet

- Vad är det som efterfrågas?
- Kan du formulera problemet med egna ord?
- Har du tillräckligt med data för att lösa problemet?
- Förstår du alla definitioner?

# Tänk ut en plan

- Rita en bild
- Bestäm notation
- Kan du identifiera delproblem?
- Finns det några symmetrier?
- Har du löst ett liknande problem förut?
- Finns det någon modell/ekvation du kan använda?

# Genomför planen

- Bra planering gör detta steg kortare
- Kontrollera varje steg i lösningen

# Betrakta lösningen

- Är lösningen rimlig? (testa med extrema värden på parametrar)
- Finns det några andra sätt att lösa problemet?
- Förstår du lösningen intuitivt?
- Kan metoden användas för att lösa liknande problem?



4. Person A vill undvika person B, som envisas med att träffa A på lunchen. Vid universitetet finns två restauranger, en billig (där man i medel spenderar 20 min) och en tjugig (där man i medel spenderar 50 min). Ni kan anta att A och B alltid äter lunch kl 12.00 och att de varje dag måste äta lunch. Vilken strategi bör A använda för att minimera tiden som spenderas tillsammans med B. Å andra sidan, vad vore en bra strategi för B? Hur mycket tid måste då A spendera med B?

1. Förstå problemet (vad? data? def.?)
2. Tänk ut en plan (bild, notation, ekvation)
3. Genomför planen (iterativt)
4. Betrakta lösningen (rimlig? andra lösningar/problem?)

2. Gör en modell av hur ett ägg kokas. Ni kan anta att vitan koagulerar vid  $60^\circ$  och gulan vid  $65^\circ$ . Den termiska diffusiviteten är  $1.45 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$  i vitan och  $1.25 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$  i gulan. Lös sedan er modell i Mathematica. Hur lång tid tar det enligt er modell att koka ett hårdkokt ägg?

1. Förstå problemet (vad? data? def.?)
2. Tänk ut en plan (bild, notation, ekvation)
3. Genomför planen (iterativt)
4. Betrakta lösningen (rimlig? andra lösningar/problem?)



# Diskussionsfrågor



# Hur mycket teori?

- Denna kurs är har lite teori och mycket praktik (brukar vara tvärtemot på MV)
- Fördel: ger utrymme för kreativt tänkande
- Nackdel: lätt att känna sig vilsen

# Otydliga frågor

- Många problem är (avsiktligt) oklart formulerade
- En del av problemlösningen består då i att definiera en tydlig fråga

# Andraämne

- Har ert ämne påverkat hur ni tar er an problemen?

# Problemlösning

- Har ni använt samma strategi hela tiden?
- Har den blivit bättre?
- Behöver varje problem en egen strategi?

# Uppsatsen

- Diskutera och reflektera kring kursens innehåll och det ni lärt er
- Valfritt ämne, till exempel:
  - beskriv kursen för ren matematiker
  - skriv sammanfattning för er själva
  - modeller och matematisk modellering
  - hur kopplar kursen till er egen undervisning?
- Omfattning: ca. 8 A4-sidor
- Inlämning: 28 oktober