

Course summary

What is mathematical modelling?

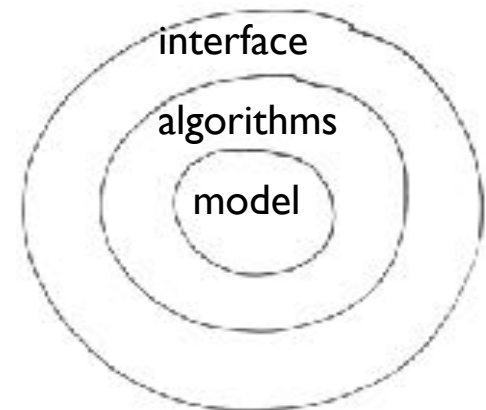
See and describe the world mathematically!

The first step of applied mathematical problem solving

We simplify and clarify!

A good model can be the starting point of:

- a scientific theory
- an engineering method
- a software system



Some modelling experiences

Real problems are typically *ill-structured*!

Delineate, simplify, assume!

An iterative and partly intuitive process.

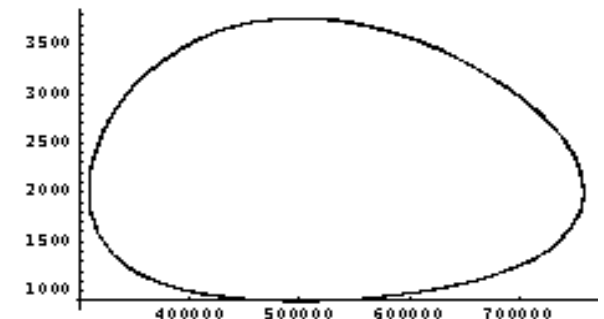
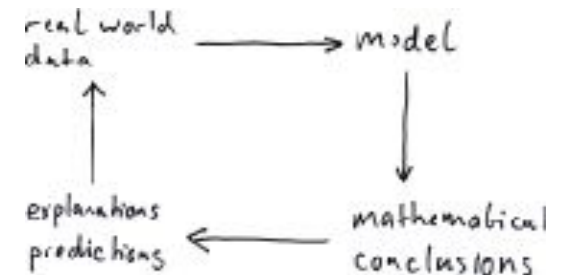
Models are wrong and useful

Also very simple models can be useful!

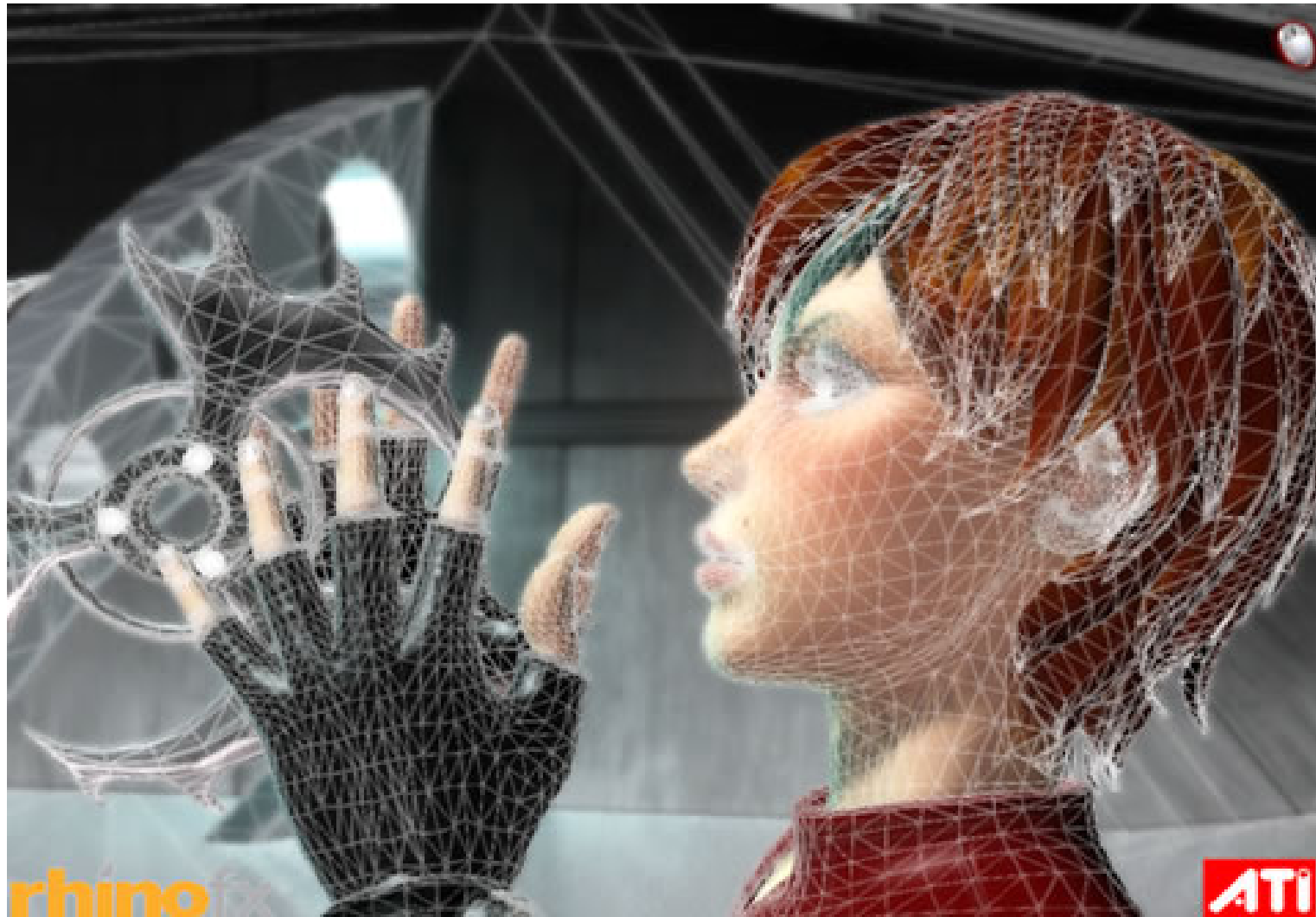
Conclusions depend on the choice of model.

Two ways to solve a problem:

- find a similar model/problem
- design your own solution



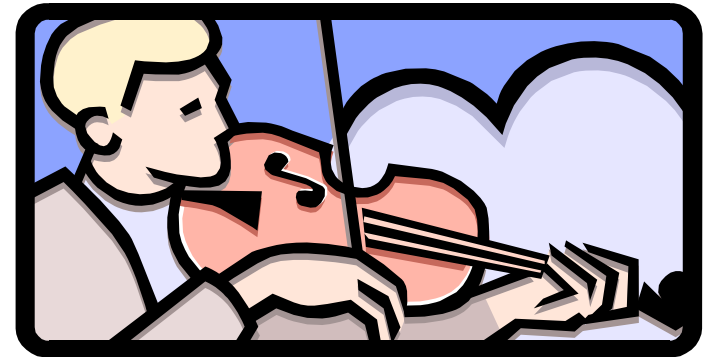
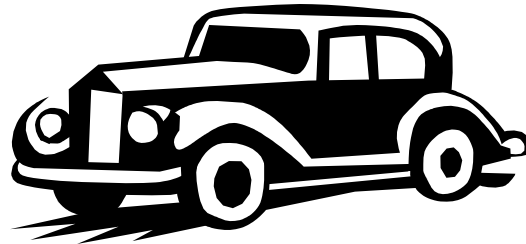
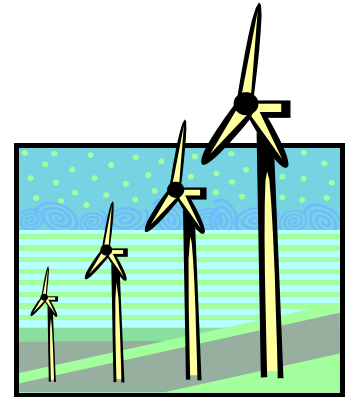
The math is not always visible!



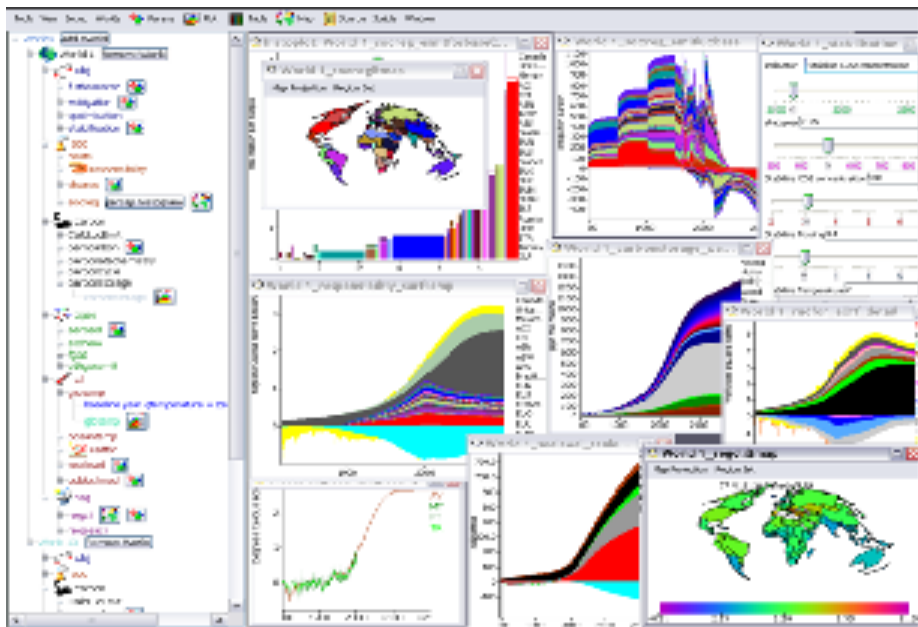
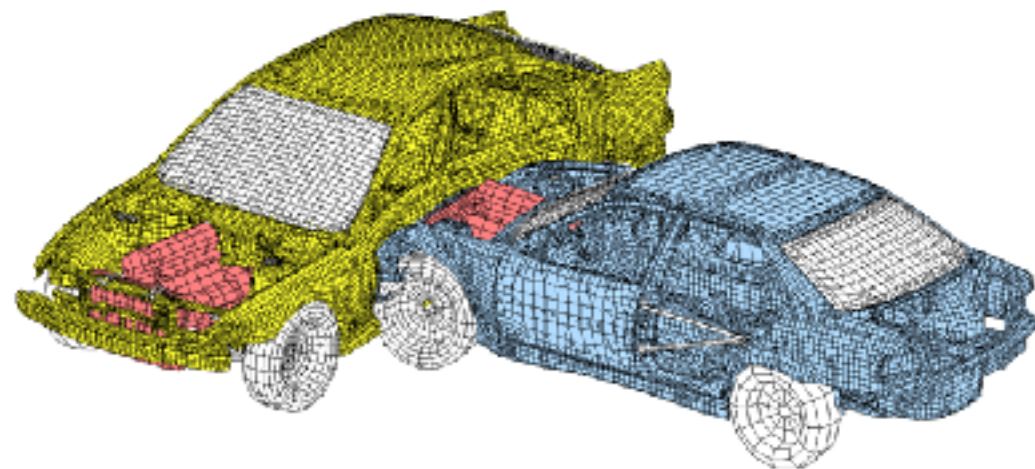
Discrete versus continuous mathematics



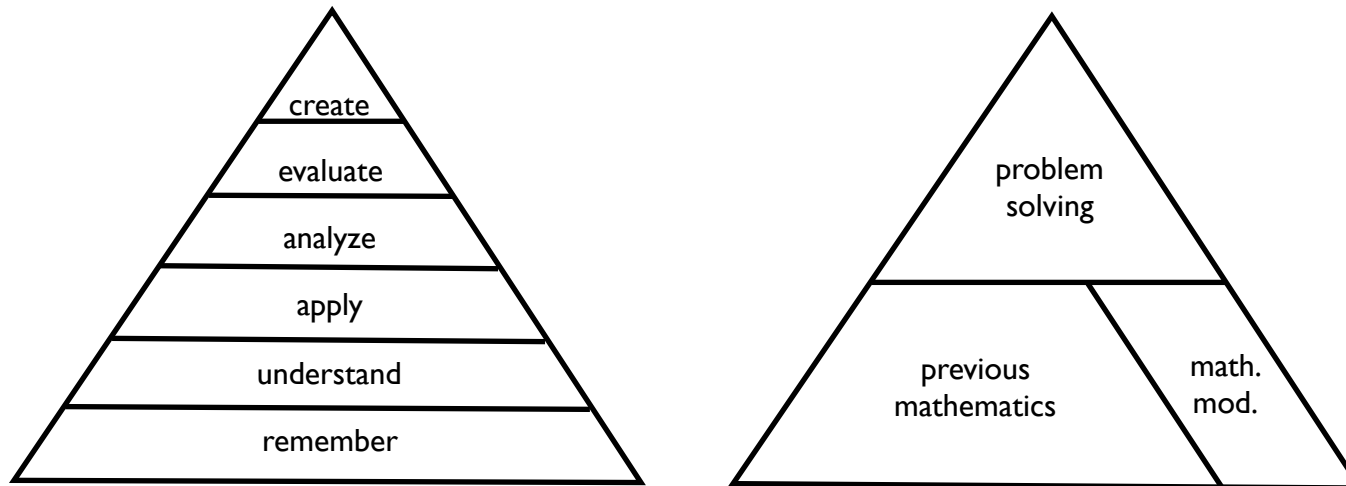
The computer may be digital...
but the world is often not!



We can scale up the math!



Relation between Bloom's taxonomy and this course



Modelling and problem solving complements the mathematics you already know!

And you gain a familiarity with what real problems are like!

Thinking mathematically

Problem solving

what to do when you don't know what to do

Modelling

connecting math with the real world

Mathematical reasoning

clearly define and draw conclusions in steps

Working mathematically

use pencil and paper
use computational tools

explain and communicate well

familiarity with different
kinds of problems and how
to handle them

appropriate use of
mathematical knowledge

Why problem solving?

It's the variation!

Problems come in infinite variations - it will never be sufficient to learn a finite set of given methods

How learn problem solving?

Learn to handle variation in unknown future problems by practising to handle variation in problems that we have now!

The problems in the course have been chosen based on this principle.

We did not realize that one could analyze the problem asymptotically and simply disregard the initial difficulties

vi tänkte alldeles för mycket på detaljer... dela in problemet i små enkla bitar och därefter på slutet blanda in detaljer

vi kanske gjort saker och ting en aning mer invecklat än nödvändigt

Vi har efter förra veckans modul förstått hur viktigt det är att man verkligen förstår problemet och förstår vilket mål man strävar efter, innan man börja sätta sig ner och försöka hitta lösningen som för en mot målet.

har svårt att tänka om och försöka finna ett annat sätt att tänka på som kanske inte är så komplicerat som det vi först tänkt på

Det vi gjorde fel var att vi inte ritade tillräckligt tydliga exempelfigurer

inte chansa så mycket när vi skrev koden. I stället borde vi tänkt igenom grundligt innan och löst problemet på papper

Det vi kände att vi lärde oss mest från förra veckan var att försöka komma på frågeställningar till den andre för att hela tiden komma vidare med problemet. Detta har vi givetvis gjort hela tiden men nu har vi gått steget längre och verkligen försökt hitta frågeställningar som vi hela tiden försöker komma på för att komma vidare med problemet. Genom att hela tiden pumpa varandra på information så kunde vi bitvis ta oss framåt.

Vi började med en komplicerad modell för upptag av medicin förra veckan. Vi förenklade den avsevärt efter lite tips. Det vi insåg på genomgången var att steget till den komplicerade modellen inte var stort och relativt lätt att resonera sig till när vi väl hade lösningen till den förenklade. Vi borde tagit den lilla extra tiden och resonerat med den komplicerade modellen förra veckan. Rent allmänt så borde man titta tillbaka på gamla problem när man känner att man har större insikt för att maximera förståelsen för problemet. Dvs inte bara lämna problemet när man tror att man förstår det och har löst det. Vi tycker även att vi ofta antar mycket som verkar logiskt men inte nödvändigtvis motiverar det på ett matematiskt korrekt sätt.

det är farligt att chansa!

Structured problem solving (analysis, partly after Pólya)

1. Understand the problem!
2. Plan the steps of your problem solving! Don't rush to the solution!
3. Be careful when you carry out your plan!
4. Check your results and conclusions! Reflect over the solution process!

This is a classical view... but some important aspects are not highlighted!

My way to think - what?

It is all about handling a challenging task
by working in smaller steps!

*Somewhat like programming a
computer that can only do small steps
at a time - but for humans!*

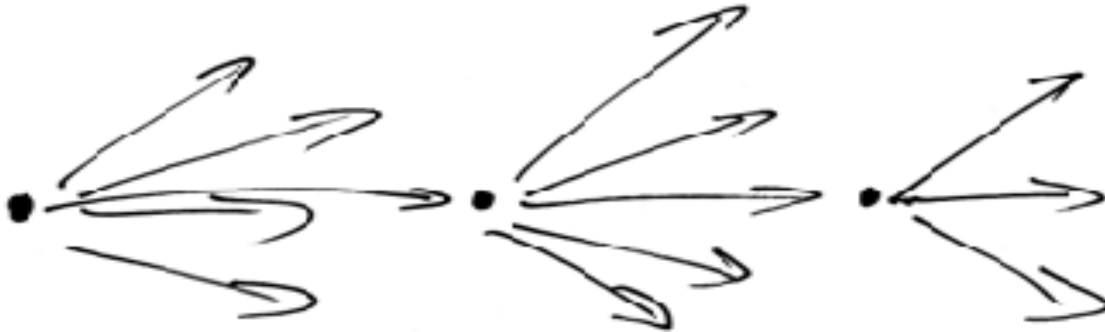
My way to think - how?

Investigate the problem for
deeper understanding!

Explore different paths
towards a solution!

Always think and reflect!

Real problem solving requires both planning and exploration!



Here you are

This is your goal!

You must plan how to reach the goal, often by systematically trying many possibilities, many of which will fail.

Since you are searching you are in some sense always “on the right track”!
(The idea of “the right track” is actually flawed...)

“failure is learning!”

Problem solving is a balance between routine and chaos...



"Solving problems is a practical art, like swimming, or skiing, or playing the piano: you can learn it only by imitation and practice. . . . if you wish to learn swimming you have to go in the water, and if you wish to become a problem solver you have to solve problems." G. Pólya

Mathematical presentations are usually not arranged after how the solution was first found!

Some insights of problem solving

It is normal to be stuck and that your ideas don't work!

Search for small steps towards the solution!

Investigate the problem: draw figure, make examples, simple cases, ...

Explore ways forward: ask the right question, create subgoal, solve simpler problem, try out cases, iteratively improve, work backwards, ...

Be aware of what you are doing (meta-cognitive awareness)

Solve problems from scratch and use knowledge to accelerate your own problem solving.

Always do something, never stop! Work actively with pencil and paper!
Ask questions!

Several abilities complement each other!

Known models and methods work as components that you can use as needed, and as inspiration for new methods.

"a few months in the laboratory can save several days in the library"


Intuition is based in deep understanding and creates new ideas and hypotheses.

explore!

Systematic search finds solutions to problems.

Analysis and proofs establish properties and generally sort out what is true and what is not.

logical reasoning!



In this course we have only to a very limited extent covered analytic proof techniques.

Reasoning - be as clear and careful as possible!

Clearly define concepts, subproblems, and what you are trying to do.

Be clear with what you know, what you believe, and what you don't know.

Be clear with what you understand, and what you don't understand.

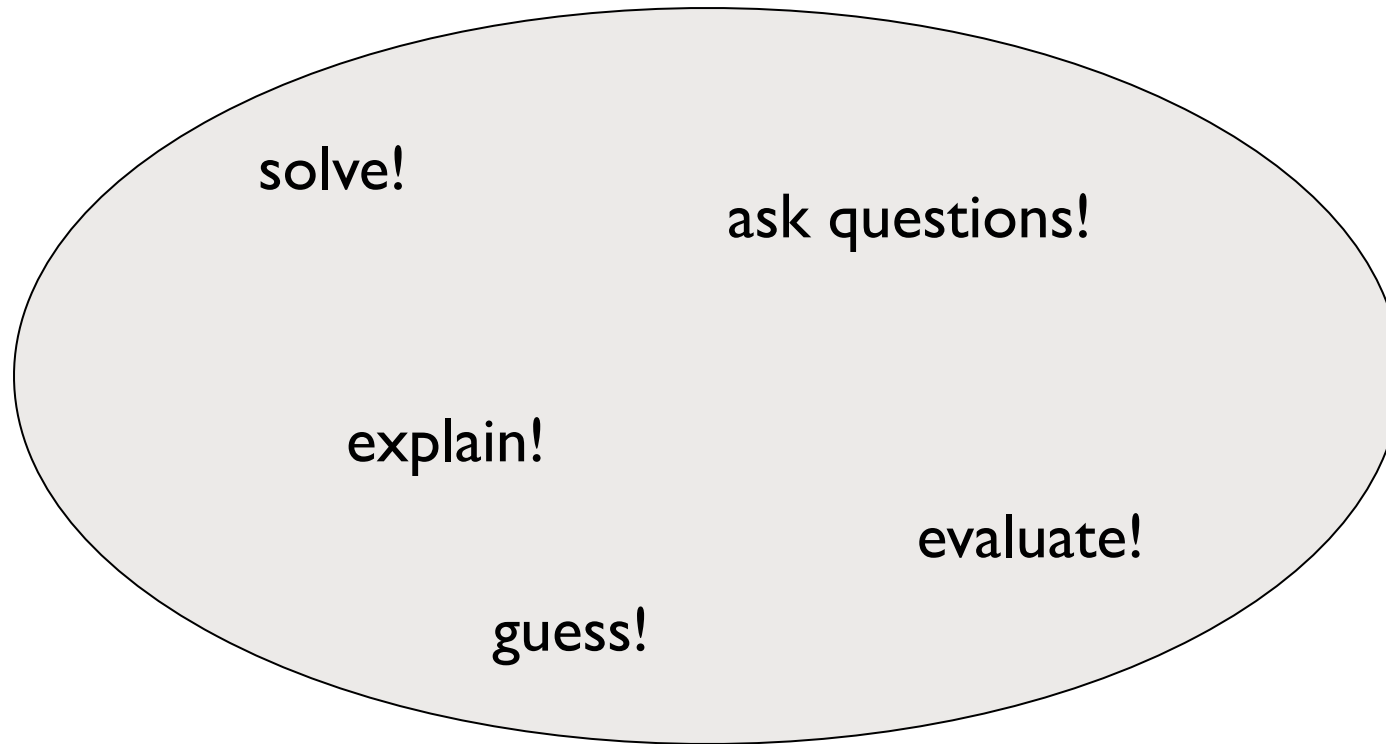
Clear definitions and logical reasoning create certain knowledge.

Be careful or you will fool yourself and get lost!

Testing is fine, taking chances is often bad.

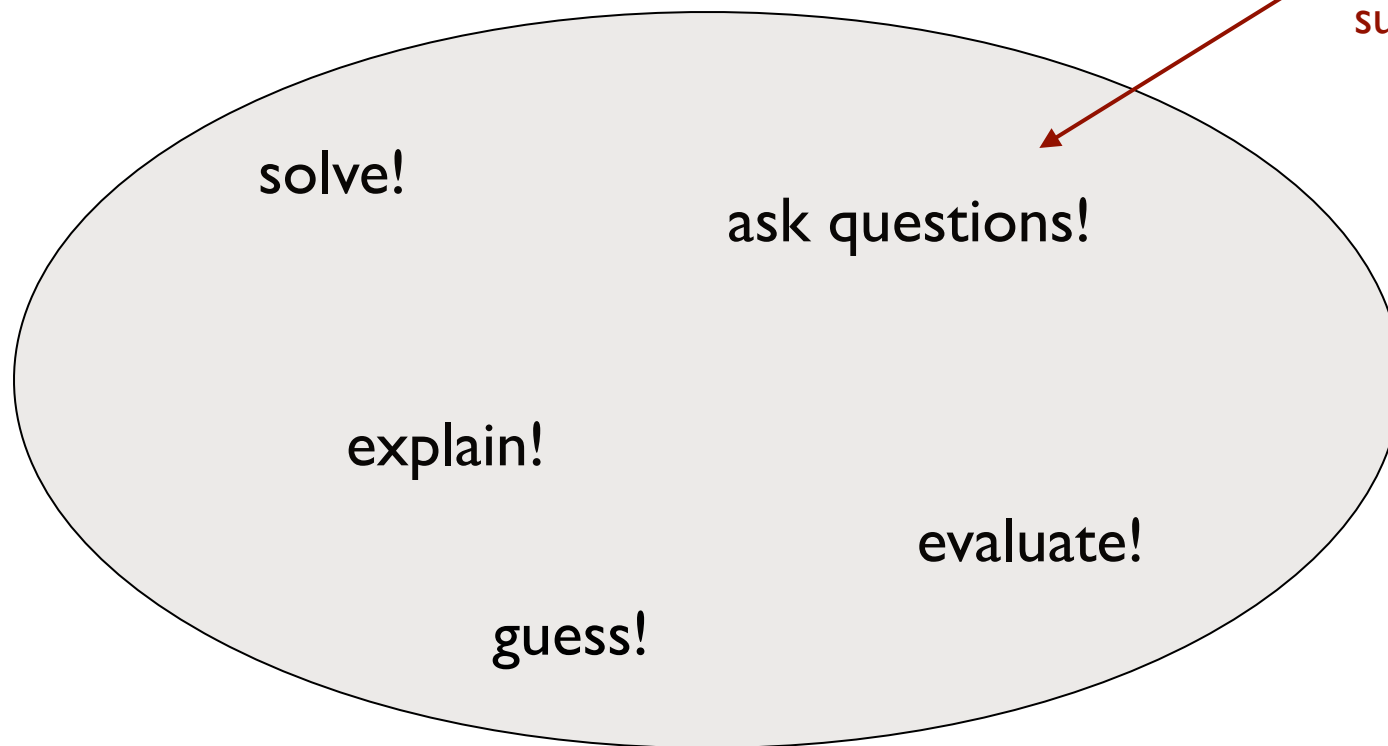
Here many of you have learned a lot!

You can develop several roles within yourself!



You can develop several roles within yourself!

You can supervise yourself as we supervised you!



Self-evaluation

Can we assume that... ?

What is the right answer?

What do you expect?

...

What could be sensible assumptions?

How can I check and evaluate the answer myself?

What would be a sensible and useful answer?

Don't take the problem for granted!

Have I understood the problem?

Is the problem clearly defined?

Is this the right problem to solve?

Can I go further? (than providing the requested answer)

So don't be a follower!

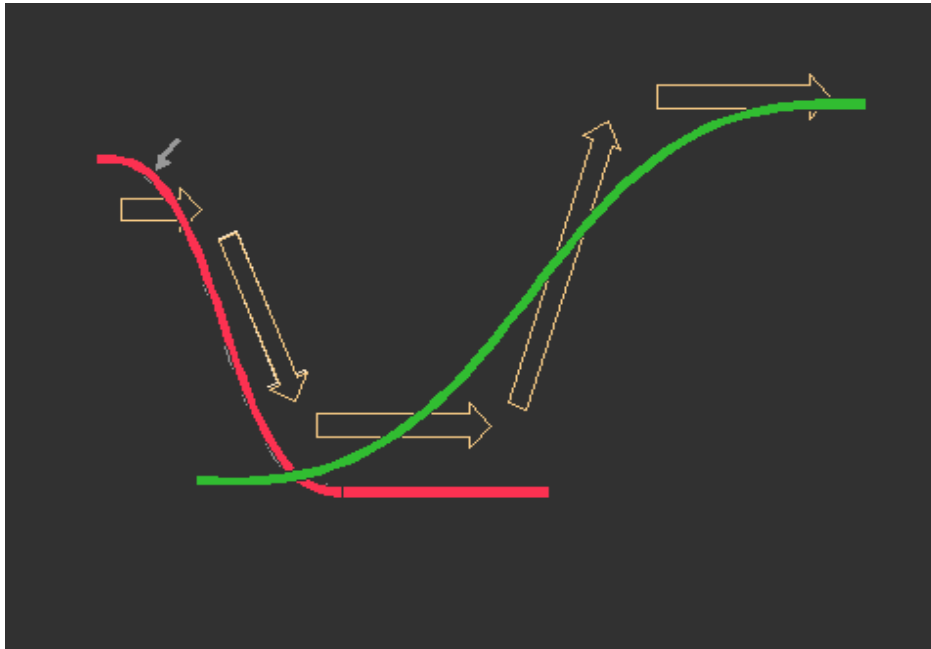
Take control of your
own thinking!

Trust your own
judgement!

Focus on problems, not on
solutions!

Create your own problems!

Supplantive learning



Exposing your current limitations makes you see new goals and possibilities.

With more practice, you can all improve and speed up your problem solving considerably!

The purpose of the course: student comments

Vi har fått för oss att syftet med kursen är att få en chans att applicera den matematik vi lärt oss på verklighetsbaserade problem. Vi tror också att meningen är att vi skall få öva på problemlösning. Dessutom tror vi att det är meningen att vi skall få en överblick över olika typer av modeller och kunskap i hur man utvärderar och bedömer kvalitén på en given modell.

att lära oss använda den matte vi lärt oss, bli bättre på problemlösning och våga använda det vi kan.

att se det väsentliga i en uppgift och kunna förenkla den till en modell

täppa till glappet mellan verkligheten och matematiken

förståelse för hur man kan använda matematiken i praktiken. Att förstå både vilka möjligheter som och vilka begränsningar som finns.

Kursen lär oss också att våga börja testa och leka oss fram till lösningar, att vara uppmärksamma på mönster som eventuellt kan finnas i problem och dra slutsatser utifrån dessa.

att se att man kan ha användning för matematiken överallt

Kursen handlar om att förstå de formler vi tidigare bara använt och räknat med.

Från problem till lösning snarare än från formel till lösning.

For you as a software engineer (IT, CS-programme,...)

Your ability to use mathematics and mathematical thinking as a problem solving tool is an important part of your capacity as engineers!

Many other "IT-people" do not have that.

For you as a teacher of mathematics

Modelling and problem solving are at the heart of thinking and working mathematically!

Thank you!