MODUL II: OPTIMERING

Övningsuppgifter för LGMA65, HT17

Innan ni börjar lösa uppgifterna läs noga igenom instruktionerna på kurshemsidan.

1. En TV-tillverkare planerar att börja tillverka två nya modeller: en 19- och en 21-tummare med det planerade priset 3390 kr och 3990 kr. Kostnaden att producera en TV för företaget är 1950 kr och 2250 kr respektive, plus 4 MKr i fasta kostnader. Antalet sålda TV-apparater påverkar dock det förväntade priset per TV (vi betraktar endast medelpriset och inte hur priset förändras under året). Det uppskattas att för varje såld TV-apparat så sänks priset med 0.1 kr för varje såld enhet av den typen. Vidare, så påverkas priset på de olika modellerna varandra. Det uppskattas att medelpriset för en 19-tummare sänks med ytterligare 0.03 kr för varje såld 21-tummare, och priset på 21-tummare sänks med ytterligare 0.04 kr för varje såld 19-tums TV.

   (a) Hur många TV-apparater av varje typ borde tillverkas under året? Vad är förtjänsten?

   (b) Undersök hur lösningen och förtjänsten påverkas av parametrarna som beskriver den förväntade prissänkningen. Hur robust är lösningen?

   (c) Givet er analys i b) vilka råd skulle ni ge till företaget? Tänk på att modellantagenden innehåller förenklingar och försök förmedla den osäkerhet som finns i modellen.

   (d) Fundera kring när en analytisk lösning på liknande problem är möjlig (hur kan förtjänstfunktionen se ut?) samt vilka för- och nackdelar en analytisk lösning har jämfört med en numerisk.

2. En elkabel skall dras från ett kraftverk som ligger 1 km från kusten till en ö som ligger 2 km söder om kraftverket och 1 km från kusten (som löper i nord-sydlig riktning). Kostnaden att dra kabel över land är 1000 kr/m på land och 500 kr/m till sjöss. Hur ska kabeln dras och hur mycket kostar det?

3. En stad planerar att bygga en ny uppsättning akutmottagningar. Sex potentiella platser har identifierats. Staden har delats in i sju regioner och det har beslutats att varje region måste kunna nå en akutmottagning inom 8 minuter. Målet är att bygga uppsättningen stationer så billigt som möjligt. Avståndet i minuter mellan regionerna och de sex potentiella platserna ges av:

Plats ID	1	2	3	4	5	6
Region 1	15	3	12	5	17	20
Region 2	12	9	13	16	3	4
Region 3	13	16	9	4	7	11
Region 4	3	22	12	5	16	18
Region 5	4	7	6	22	5	14
Region 6	8	10	5	16	13	5
Region 7	13	10	5	6	13	21

Och kostnaden ges av:

Plats	Kostnad
1	710 000
2	610 000
3	650 000
4	910 000
5	720 000
6	570 000

(a) Ställ upp en matematisk modell för problemet genom att definiera variabler, bivillkor och målfunktion. För att komma igång, börja med att definiera variabler och skriv ekvationer för de samband som råder i modellen.

(b) Lös nu er modell med hjälp av Mathematica (tex. kommandot `Minimize`). Försök lösa det som ett linjär programmeringsproblem utan att ställa villkor på variablerna (binära eller heltal). Vilka problem stöter ni på? Finns det något sätt att komma runt dessa problem?

Notera att detta problemet är tillräckligt litet för att kunna lösas med hjälp av kombinatorisk brute force, men sådana metoder fungerar inte på större (realistiska) problem.

4. En teleoperatör vill koppla samman stationerna A och F i sitt nätverk. Till sitt förfogande har de länkar mellan stationer A,B,C,D,E,F med följande maximala bandbredd i Mbit/s:

Site	Cost
AB	16
AC	48
BD	32
BE	8
CD	8
CE	32
DF	64
EF	16

(a) Operatören vill nu veta hur trafiken skall styras i nätverket så att den totala kapaciteten blir så stor som möjligt. Tanken är att utnyttja alla länkar så mycket som möjligt. Vad blir den maximala kapaciteten? Modellera detta problem och lös det med Mathematica. **Hint:** när ni definierar era variabler och skriver ner ekvationer oroa er inte för att ni inte känner till lösningen. Poängen med variabler är just att man kan formulera problemet utan att känna till lösningen. Först när problemet är korrekt matematiskt formulerat kan ni börja fundera på hur ni löser det.

(b) I själva verket så hyr teleoperatören kapacitet i nätverket från större operatörer. Just nu är länkarna AC och BD dyrare än de andra länkarna. Är det möjligt att reducera kapaciteten i dessa länkar och fortfarande bibehålla en rimlig total kapacitet (40 Mbit/s). Vilka rekommendationer skulle du ge operatören och vilken vidare analys kan man tänka sig i en sådan här model?

5. Betrakta en graf/nätverk där varje länk är behäftad med en kostnad c_{ij}. Den kortaste vägen v mellan två noder definieras som den väg vars länkar har den minsta totala kostnaden $K = \sum_{(i,j)\in v} c_{ij}$. Beskriv hur man kan modellera detta med hjälp av linjär programmering.

6. Betrakta tilldelningsproblemet som presenterades på föreläsningen. Visa att om man lägger till en konstant till en hel rad eller kolumn i kostnadsmatrisen så förändras inte den optimala lösningen.

7. Denna uppgift handlar om att reflektera kring vad ni lärde er i föregående modul, och är en viktig del i lärandeprocessen. Ni rekommenderas att diskutera era lösningar med övriga studenter, slå i böcker och söka på nätet.

   (a) Deltog ni båda i uppföljningsföreläsningen? Om inte, ge ett rimligt skäl och beskriv vad du gjort för att kompensera detta.

   (b) Byt lösningar med en annan grupp och diskutera och ge varandra feedback. (ej obligatorisk, men rekommenderas)

   (c) Skriv en kort reflektion över förra veckans modul. Vad lärde ni er då ni jämförde era egna lösningar med de som gavs på uppföljningsföreläsningen? Fundera kring er problemlösningsstrategi. Vad var svårt och varför? Hur kan ni förbättra era lösningar? Svara kort och koncist.