

## MODUL IV: SANNOLIKHETSMODELLER

### Övningsuppgifter för LGMA65, H17

---

Innan ni börjar lösa uppgifterna läs noga igenom instruktionerna på [kurshemsidan](#).

1. En biluthyrningsfirma har kontor i två städer, A och B. Kunder kan lämna sina bilar i båda städerna oberoende av var de har hyrt bilen. Baserat på samlad statistik vet vi att en bil hyrd i A återlämnas där med sannolikhet 0.6, och att en bil hyrd i B återlämnas där med sannolikhet 0.7.
  - (a) Beräkna sannolikheten att en bil som hyrs i A är tillbaka i A efter  $n$  uthyrningar.
  - (b) Vilken andel av hyrbilarna kommer att befinna sig i A respektive B efter lång tid?
  - (c) Givet ett visst antal bilar i A och B, är det möjligt att med denna model beräkna det förväntade antalet bilar i A och B som en funktion av tiden? Motivera ert svar och förklara, om nödvändigt, hur man skulle kunna utvidga modellen.
2. Vad är sannolikheten att det står  $n$  stycken personer före dig när du ställer dig i kön på snabbköpet? (Ni kan anta att det anländer i medel 1 kund/minut och att kassören betjänar 2 kunder/minut.)
3. Ni ska undersöka [detta program](#) som genererar text med hjälp av Markovkedjor. Testa programmet med en valfri text och variera ordningen på kedjan från 1 till 5. Diskutera era observationer. Hur tror ni texten genereras?
4. Antag att ni har 1 miljon Euro att leka med och att ni stegar in på casinot i Monte Carlo och kör med taktiken att satsa 1 Euro på rött på rouletten och dubbla insatsen varje gång ni förlorar. Ni fortsätter så tills ni vinner, och går då tillbaks till att sats 1 Euro, dubbla vid förlust etc. Hur ser vinstprognosen ut? (Ni kan anta att det inte finns någon grön färg i rouletten.)
5. Er uppgift är att förutsäga sannolikheten för nederbörd på en given framtida dag. Till er hjälp har ni väderstatistik från de fem senaste åren. Antag att ni vill förutsäga om det kommer att regna den 19:e mars (alltså sannolikheten för regn). Bör ni grunda er förutsägelse på (a) statistik från 19:e mars under dessa år, (b) statistik för alla dagar i mars, eller (c) alla dagar på året? Vilken slags modell använder ni?

6. Uppgiften består i att kvantifiera, dvs. sätta ett nummer på, hur förvånade vi blir när något händer. Till exempel, då solen går upp på morgonen blir vi knappast förvånade, men om den inte gjorde det skulle vi bli väldigt förvånade. Många faktorer påverkar så klart ett sådant utfall, och därmed hur förvånade vi blir. Utgå ifrån att sannolikheten  $p$  för ett visst utfall är given. Hur kvantifierar ni då förvåningen? Ni skall alltså föreslå en rimlig funktion  $f(p)$  som mäter förvåning som en funktion av sannolikheten.
- (a) Fundera först kring hur denna funktion borde bete sig när  $p = 0$  och 1.
  - (b) Om man tänker sig två oberoende händelser  $A$  och  $B$ , så borde summan av förvåningen för de två händelserna vara densamma som för det kombinerade utfallet  $A$  och  $B$ . Om ni tar detta i beaktande vilken funktion  $f(p)$  föreslår ni?
7. Denna uppgift handlar om att reflektera kring vad ni lärde er i föregående modul, och är en viktig del i lärandeprocessen. Ni rekommenderas att diskutera era lösningar med övriga studenter, slå i böcker och söka på nätet.
- (a) Deltog ni båda i uppföljningsföreläsningen? Om inte, ge ett rimligt skäl och beskriv vad du gjort för att kompensera detta.
  - (b) Byt lösningar med en annan grupp och diskutera och ge varandra feedback. (ej obligatorisk, men rekommenderas)
  - (c) Skriv en kort reflektion över förra veckans modul. Vad lärde ni er då ni jämförde era egna lösningar med de som gavs på uppföljningsföreläsningen? Fundera kring er problemlösningstrategi. Vad var svårt och varför? Hur kan ni förbättra era lösningar? Svara kort och koncist.