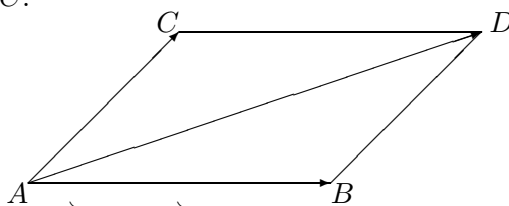


Explorativ övning Vektorer

Syftet med denna övning är att ge grundläggande kunskaper om vektorräkning och dess användning i geometrin.

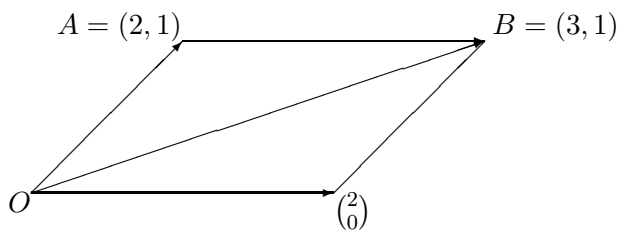
En vektor är en riktad sträcka. Vektorn \vec{AB} har fotpunkt A och spets B . **Vektorer kan bara adderas om de har samma fotpunkt.** Summan $\vec{AB} + \vec{AC}$ är den riktade diagonalen \vec{AD} i parallelogrammen $ABDC$.



(Hur definieras summan om \vec{AB} och \vec{AC} ligger på samma linje?)

För att få en koordinatbeskrivning av vektorer måste vi fixera en punkt O som origo och enhetsvektorer \mathbf{e}_x och \mathbf{e}_y . Om vi nu har valt en punkt som origo betraktar vi om inget annat sägs bara vektorer av typ \vec{OP} med fotpunkt O . För varje vektor \vec{AB} i planet finns det precis en vektor med samma längd och riktning med fotpunkt i origon, nämligen $\vec{OB} - \vec{OA}$.

Exempel.



$$\vec{OB} - \vec{OA} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Ibland uttrycker man sig att $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ (t ex i boken). Formellt gör man så här: att ha samma längd och riktning är en ekvivalensrelation på mängder av alla riktade sträckor (kolla detta!). En vektor

är då en ekvivalensklass. I varje ekvivalensklass finns precis en riktad sträcka med fotpunkt i origon. I exemplet är den riktade sträckan \vec{AB} och sträckan mellan O och punkten $(2, 0)$ representanter för samma vektor.

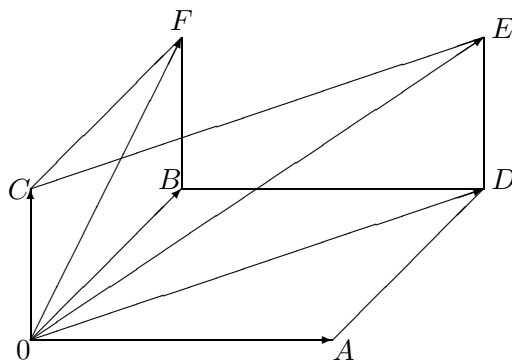
De viktigaste begreppen och satser i detta avsnitt är:

- vektorer, multiplikation med skalärer, vektor addition
- koordinater
- plan och linjer, avstånd mellan punkter, linjer och plan
- andragradskurvor

Övning A

1. Visa associativitet för vektoraddition: $(\vec{OA} + \vec{OB}) + \vec{OC} = \vec{OA} + (\vec{OB} + \vec{OC})$.

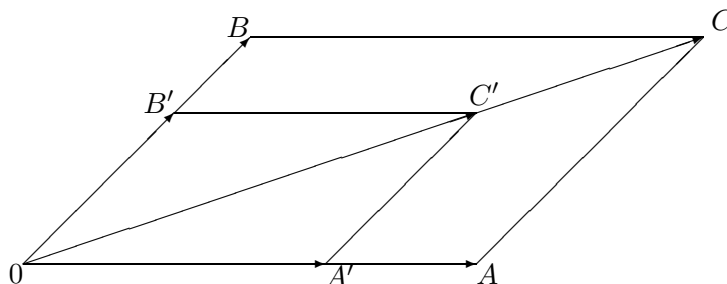
Ledning.



Låt $\vec{OD} = \vec{OA} + \vec{OB}$, $\vec{OE} = \vec{OD} + \vec{OC}$ och $\vec{OF} = \vec{OB} + \vec{OC}$. Visa nu att $\vec{OE} = \vec{OA} + \vec{OF}$, d v s att $OAEF$ är en parallelogram (euklidisk geometri!).

2. Visa distributivitet: $\lambda(\vec{OA} + \vec{OB}) = \lambda\vec{OA} + \lambda\vec{OB}$.

Ledning.



Låt $\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{OB}$ och $\vec{OC}' = \lambda\vec{OC}$. Dra $A'C'$ parallell med AC och $B'C'$ parallell med BC . Visa (med euklidisk geometri) att $\vec{OA}' = \lambda\vec{OA}$ och likadant $\vec{OB}' = \lambda\vec{OB}$.

Övning B

1. Lös uppgifterna 1.1.b,c,d, 1.4, 1.6, 1.7 och 1.12 i boken på sid. 88–90.
2. Lös uppgifterna 1.18, 1.19, 1.20, 1.24, 1.25 och 1.27 i boken på sid. 91–93.

Övning C

Vad finns det för likheter och skillnader mellan skalärprodukt och vektorprodukt?

Övning D

1. Lös uppgifterna 1.35, 1.36, 1.38, 1.42, 1.44 och 1.49 i boken på sid. 94–95.
2. Lös uppgifterna 1.52, 1.57, 1.65 och 1.67 i boken på sid. 96–97.

Övning E

1. Lös uppgifterna 1.69, 1.70, 1.71, 1.72, 1.73, 1.74, 1.76, 1.80, 1.86 och 1.87 i boken på sid. 98–100.
2. Lös uppgifterna 1.103, 1.106 och 1.110 i boken på sid. 101–102.

Övning F

Lös uppgifterna 1.117, 1.118, 1.119, 1.124, 1.127, 1.128 och 1.139 i boken på sid. 103–106.