

LMA100. Tentamensskrivning i Diskret matematik

1. På vissa Lottospel får man ett frispel om man har noll rätt.
Hur stor är chansen att få noll rätt på en Lottorad
 - (a) om det betyder att man varken har något vinstnummer eller något tilläggsnummer?
 - (b) om det bara betyder att man inte har något vinstnummer?
 - (c) Vad är chansen att få inget vinstnummer men minst ett tilläggsnummer?(En Lottorad består av 7 nummer valda bland 35. Vid dragningen dras 7 vinstnummer och 4 tilläggsnummer.) (4p)
2. Givet är de 7 bokstäverna i ordet APPARAT. Hur många olika "ord" (= bokstavspermutationer) kan man bilda av dem med
 - (a) 7 bokstäver?
 - (b) 5 bokstäver?(4p)
3. I en förening med 15 medlemmar skall väljas en styrelse bestående av ordförande, kassör och två övriga ledamöter.
 - (a) Hur många olika styrelser är möjliga?
 - (b) Om föreningen består av 7 damer och 8 herrar och styrelsen skall bestå av 2 damer och 2 herrar samt ordförande och kassör skall vara av olika kön, hur många styrelser är då möjliga?(3p)
4. Lös differensekvationen $3x_{n+2} = x_{n+1} + 2x_n$, $x_0 = 0$, $x_1 = 3$.
Vad händer med x_n då $n \rightarrow \infty$? (3p)
5. (a) Definiera Fibonacciföljden (F_n) .
(b) Visa att (F_n) uppfyller likheten
$$F_1 - F_2 + F_3 - F_4 + \dots + F_{2n-1} - F_{2n} = 1 - F_{2n-1}$$

(c) Visa att (F_n) uppfyller likheten
$$F_1 - F_2 + F_3 - F_4 + \dots - F_{2n} + F_{2n+1} = 1 + F_{2n}$$

Ledning. (b) visas lämpligen med induktion. (c) kan enkelt visas ur resultatet i (b) eller direkt med induktion. (4p)

6. (a) Visa att den binära koden med de 4 kodorden 00000000, 11111000, 00011111, 11100111 rättar 2 fel.
- (b) Om man i stället använder koden för felupptäckande, hur många fel upptäcker den koden? (3p)
7. Konstruera (dvs. ange matrisen för) Hammingkoden med 7 informationsbitar.
- (a) Vilket kodord får man om informationsbitarna är 1010011?
- (b) Avkoda de mottagna orden
- i. 1111111111
 - ii. 1010101010
 - iii. 1111000010 (4p)