

LMA100. Tentamensskrivning i Diskret matematik

- Åtta gifta par skall bilda en ring för att dansa runt midsommarstången. Hur många ringar finns det under vart och ett av följande villkor?
 - Inget extra villkor.
 - Det finns två män som vägrar hålla varandras hand.
 - Ingen man håller någon man i handen.
 - Varje man håller sin hustru i sin högra hand.(4p)
- Givet är de 8 bokstäverna i ordet PASSAREN. Hur många olika "ord" (= bokstavspermutationer) kan man bilda av dem med
 - 8 bokstäver?
 - 5 bokstäver?(3p)
- Visa att $\binom{2n}{n} - \binom{2n}{n-1}$ är lika med
 - $\frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}$
 - $\frac{1}{n} \binom{2n}{n-1}$

Anm. (a) visar att den mittersta binomialkoefficienten $\binom{2n}{n}$ alltid är delbar med $n+1$; kvoten kallas det n :te **Catalantalet** och har många kombinatoriska tolkningar. (3p)
- Den 2 januari ett visst år öppnas ett sparkonto med en insättning av 10000 kr mot räntan 3%. Varje kommande 2 januari, när årsräntan införs på kontot, tar man ut 500 kr. Hur många år kan man fortsätta på det sättet? (4p)
- Definiera Fibonacciföljden (F_n) .
 - Visa att (F_n) uppfyller likheten $F_1 + F_3 + F_5 + \dots + F_{2n-1} = F_{2n}$
 - Visa att (F_n) uppfyller likheten $F_2 + F_4 + F_6 \dots + F_{2n} = F_{2n+1} - 1$(4p)

6. Förklara begreppen *minimialavstånd* och *minimivikt* för en binär kod och varför de sammanfaller om koden är *linjär* (förklara också begreppet linjär kod). (3p)

7. Betrakta koden med matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Varje kodord består av tre kontrollbitar följt av tre informationsbitar.

- (a) Hur många kodord finns det?
- (b) Hur många ord med avstånd exakt 1 till något kodord finns det?
- (c) Finns det några binära ord av längd 6 som har avstånd större än 1 till varje kodord? (4p)

Tentan beräknas vara färdiggrättad tisdagen den 27 augusti, varefter resultat kan fås på tel. 772 5388.