VT03
LMA100: Diskret Matematik
Göteborgs universitet
SK

Läsanvisningar till 10 februari

Dessa anvisningar hänför sig till kursboken av Barnett.

3.5 Idéerna i detta avsnitt ligger mycket nära vad vi redan sett i kapitel 3; det räcker om du läser 3.5.1. Sannolikhetslära återrkommer i den delkurs i LMA200.

Rekommenderade uppgifter till 10 februari

Uppgifter ur Barnett:

Avsnitt	**Uppgift**
3.5.1	3.104; 3.105; 3.107; 3.109; 3.111; 3.112

I övrigt jobbar vi vidare med kombinatoriken:

1. Givet en mängd med 10 element, hur många delmängder har den med
(a) 1 element
(b) 2 element
(c) k element ($0 \leq k \leq 10$)?
(d) Hur många delmängder har den totalt? (Minst två olika beräkningsmetoder.)

2. 3 gifta par skall placeras vid ett runt bord. Hur många olika placeringar finns
(a) om personer av samma kön inte får sitta intill varandra?
(b) om dessutom gifta makar inte får sitta intill varandra?
(c,d) Samma frågor om 4 gifta par.

3. Avgör två beräkningsmetoder på varje fråga:

(a) Ur en grupp på 7 personer skall väljas en kommitté på 3 personer, varav 1 skall vara ordförande. På hur många sätt kan det göras?
(b) Hur många kommittéer med k personer varav 1 ordförande ($1 \leq k \leq 7$)?
(c) Hur många kommittéer-med-ordförande finns totalt (godtycklig storlek)?

4. På hur många sätt kan 12 personer delas upp i 4 lika stora grupper?

5. På hur många sätt kan 13 personer delas upp i 4 grupper av så lika storlek som möjligt?

Lösningar till uppgifterna 1–5:
Innan du tittar på lösningarna, försök att lösa dem själv!

1.

(a) $\binom{10}{1} = 10$

(b) $\binom{10}{2} = 45$

(c) $\binom{10}{k}$

(d) $\displaystyle\sum_{k=0}^{10} \binom{10}{k} = 2^{10}$

2. Svaret beror på om det är viktigt vilken stol man får eller om bara personernas in bördes placering spelar roll.
(a) $6 \cdot 2! \cdot 3! = 72$ eller $2! \cdot 3! = 12$;
(b) $6 \cdot 2! = 12$ eller $2! = 2$;
(c) $8 \cdot 3! \cdot 4! = 1152$ eller $3! \cdot 4! = 144$;
(d) $8 \cdot 3! \cdot 2 = 96$ eller $3! \cdot 2 = 12$.

3.
(a) $\binom{7}{3}\binom{3}{1} = 105 = \binom{7}{1}\binom{6}{2}$

(b) $\binom{7}{k}\binom{k}{1} = \binom{7}{1}\binom{6}{k-1}$, dvs. $k\binom{7}{k} = 7\binom{6}{k-1}$

(c)

$$\sum_{k=1}^{7} \binom{7}{k}\binom{k}{1} = \sum_{k=1}^{7} \binom{7}{1}\binom{6}{k-1}$$

$$\text{dvs.} \quad \sum_{k=1}^{7} k\binom{7}{k} = 7\sum_{k=1}^{7} \binom{6}{k-1} = 7\sum_{m=0}^{6} \binom{6}{m} = 7 \cdot 2^6.$$

Analogt kan man visa $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k\binom{n}{k} = n2^{n-1}$.

4.

$$\frac{\binom{12}{3}\binom{9}{3}\binom{6}{3}\binom{3}{3}}{4!} = \frac{12!}{4!(3!)^4} = 15400.$$

5.

$$\frac{\binom{13}{4}\binom{9}{3}\binom{6}{3}\binom{3}{3}}{3!} = \frac{13!}{4!(3!)^4} = 200200.$$