

Svar och tips till *Exempel på tentamensuppgifter i LMA100*

Aritmetik och algebra

1. T.ex.

$$\begin{cases} x = 15 + 49n \\ y = -11 - 36n, \end{cases}$$

där n är ett godtyckligt heltal.

2. T.ex. $x = 130 + 5775n$.

3. Fru A bakade 30 kaker och Herr A 42.

6. Uppgiften är fel. Det ska stå $6^{10n+1} + 5^{11n-1}$.

7. Tips: Det räcker att visa att 8 och 3 delar uttrycket för varje n . Gör detta genom att räkna modulo 8 och modulo 3 och sätta upp tabeller över uttryckets värde modulo 8 och modulo 3. (Vid räkning modulo 8 räcker det att sätta in talen $0, 1, \dots, 7$ och räkna ut värdet modulo 8.)

9. T.ex.

$$\begin{cases} x = 66 + 8n \\ y = -88 - 11n, \end{cases}$$

där n är ett godtyckligt heltal.

10. $x = 2$ och $y = 7$ är enda positiva lösningen (både x och y positiva).

15. Tips: Lös först den diofantiska ekvationen $8x + 40y = 200$. Den har två positiva lösningar. Beräkna sedan (kombinatorik) på hur många sätt Hasse kan köpa wienerbröd i de två fallen. Svar: 81 sätt.

16. 1557 kronor.

18. $x = 9257$.

21. a) 88 b) t.ex. $x = 411 + 1789n$, där n är ett godtyckligt heltal.

24. Påståendet är falskt (t.ex. om $x = 8$ och $y = 6$). Negationen är $\exists x, y \in \mathbf{Z} (2|x) \wedge (2|y) \wedge (2 \nmid (x+y)) \wedge (2 \nmid (x-y))$.

25. De två mängderna är lika.