

Explorativ övning Räta linjer och plan

Syftet med denna övning är att ge grundläggande kunskaper om vektorräkning och dess användning i geometrin.

De viktigaste begreppen och satser i detta avsnitt är:

- plan och räta linjer
- avstånd mellan punkter, linjer och plan
- cirkeln

Övning A

1. Avgör vilka av punkterna $(7, 0)$, $(6, 1)$, $(12, -11)$ och $(0, 5)$ ligger på linjen

$$\begin{cases} x = 7 - t \\ y = -1 + 2t. \end{cases}$$

2. Linjen l har ekvation i parameterform $x = 2 + t$, $y = 5 - t$. Avgör vilken av följande ekvationerna som är en annan parameterframställning av samma linje.

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 + t \end{cases} \quad \begin{cases} x = t \\ y = 6 - t \end{cases} \quad \begin{cases} x = 15 - 17t \\ y = -8 + 17t \end{cases}$$

3. Lös uppgifterna 10.1, 10.2, 10.3, 10.4 och 10.6 i boken.
4. Lös uppgifterna 10.9, 10.10, 10.11, 10.15 och 10.16 i boken.

Övning B

- (Jfr exempel 10.25) Bestäm avståndet från punkten $P: (1, 0, 1)$ till linjen l genom punkterna $Q_1: (2, 1, 0)$ och $Q_2: (4, 1, 4)$. Detta mäts mellan P och en punkt R på l så att \overrightarrow{PR} är vinkelrät mot l .
 - Skriv ekvationen för l i parameterform.
 - Bestäm ekvationen för det plan π genom P som är vinkelrät mot l .
 - Hitta R genom att beräkna skärningen mellan l och π .
 - Beräkna avståndet mellan P och R .
- Bestäm avståndet från punkten $(1, 1, 1)$ till linjen genom punkterna $(2, 3, 0)$ och $(4, 1, -5)$.
- Bestäm avståndet från punkten $(1, 1)$ till linjen $2x - 3y = 2$.
- Bestäm avståndet mellan linjerna

$$l_1 = \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = -3 + t \\ z = t \end{cases} \quad \text{och} \quad l_2 = \begin{cases} x = 4 + s \\ y = 2 - s \\ z = 3 + s \end{cases}$$

Låt Q_1 vara en godtycklig punkt på l_1 , Q_2 en godtycklig punkt på l_2 . Bestäm $\overrightarrow{Q_1Q_2}$. Beräkna för vilka Q_1, Q_2 vektorn $\overrightarrow{Q_1Q_2}$ är vinkelrät mot l_1 och l_2 . Beräkna för dessa Q_1 och Q_2 vektorns längd.

Övning C

Cirkeln med radie r och medelpunkt $M = (a, b)$ består av alla punkter $P = (x, y)$ som har avstånd r till M , d v s $|\overrightarrow{PM}| = r$. Ekvationen för cirkeln blir då

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2.$$

- Bestäm ekvationen för cirkeln med medelpunkt $(3, -2)$ och radie 5.
- Bestäm den geometriska betydelsen av ekvationen $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 6$.
Ledning: kvadratkomplettera.