

Tentamensskrivning i LMA100,
Matematik för lärare 1, del 1, 6 poäng
11 mars 2005, $8^{45} - 13^{45}$

1. För vilka reella tal x gäller det att

$$\frac{x^2 - 1}{x + 2} < 2x?$$

2. Hur många olika ord kan man bilda av de sex bokstäverna i ordet *GOOGLE* med

- (a) sex bokstäver?
- (b) fem bokstäver?

3. Bestäm alla reella lösningar till ekvationen $2^{x-3} - 1 = 3 \cdot 2^{5-x}$.

4. Fem personer skall fördela sex apelsiner och fyra äpplen mellan sig. På hur många sätt kan det ske

- (a) överhuvudtaget?
- (b) om varje person skall ha två frukter?

(Apelsinerna och äpplena är sinsemellan likadana. Personerna är olika.)

5. Visa att 60 delar $41n^5 + 15n^3 + 4n$ för alla heltal n .

6. (a) Hur många heltal mellan 1 och 200 är *inte* delbara med 2 eller 5?
(b) Hur många heltal mellan 1 och 200 är *inte* delbara med 2, 5 eller 6?

7. Låt n vara ett positivt heltal.

- (a) Vad betyder det att heltalet a är inverterbart modulo n ? 1p
- (b) Visa att a är inverterbart modulo n om $\text{SGD}(a, n) = 1$. 2p

8. Visa att om 13 punkter placeras i en rektangel med sidorna 9 cm och 16 cm så finns det alltid två punkter vars avstånd är högst 5 cm.