

Matematik
Göteborgs universitet
H. Carlsson-J.A. Svensson

Hjälpmedel:
Inga, inte ens räknedosa
Telefonvakt: Johanna Pejlar
0740-350646

**Tentamensskrivning i LMA100,
Matematik för lärare 1, del 1, 6 poäng**
9 mars 2004, $8^{45} - 13^{45}$

Information för "gamla" studenter finns på baksidan.

- Bestäm sista siffran i talet 47^{675} (när det skrivs i basen 10).
- Hur många olika ord kan man bilda av de sex bokstäverna i ordet *REELLA* med
 - sex bokstäver?
 - fyra bokstäver?
- Visa att
$$\frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{3}{27} + \dots + \frac{n}{3^n} = \frac{3}{4} - \frac{2n+3}{4 \cdot 3^n},$$
för alla heltal $n \geq 1$.
- På hur många sätt kan man dela ut 16 kolor till 5 barn om varje barn skall få minst 2 kolor?
(Barnen är olika men kolorna identiska.)
- Låt p vara ett primtal skilt från 2 och 5.
Visa att p delar $\underbrace{99 \dots 9}_{p-1}$ ($p-1$ nior i rad).
Vad är $\underbrace{99 \dots 9}_{p-1}$ modulo 2 och 5?
- En grupp består av 10 olika långa personer. Från dessa skall vi bilda två grupper. Den ena skall bestå av 3 personer och den andra av 2 personer och alla i den första gruppen skall vara längre än de i den andra. På hur många sätt kan det göras?
 - Visa att

$$\sum_{k=3}^8 \binom{10-k}{2} \binom{k-1}{2} = \binom{10}{5}.$$

7. Visa att heltalet a är inverterbart modulo n precis när $\text{SGD}(a, n) = 1$.
8. Ett student skall köpa drinkar för 10 euro. Han har tre sorters drinkar att välja på. En sort kostar 1 euro, en 2 euro och den tredje 3 euro. På hur många sätt kan han kombinera sina drinkar om ordningen som han dricker dem spelar roll?

För gamla studenter:

Vårens kurs skiljer sig från tidigare år genom att kurserna Diskret matematik och Aritmetik och algebra tenteras ihop.

Vill du tentera båda delarna gör du hela tentan.

Vill du bara tentera Diskret matematik gör du uppgifterna 2, 4, 6 och 8.

Vill du bara tentera Aritmetik och algebra gör du uppgifterna 1, 3, 5 och 7.

Om du bara gör en del markera detta genom att skriva Diskret matematik resp. Aritmetik och algebra på omslaget.