

LMA100, Diskret matematik

Lektion 3

I Kapitel 5.4 i Vretblad behandlas kombinationer. Binomialkoefficienterna $\binom{n}{k}$ bör defineras som antalet sätt att välja k element från n element *utan* hänsyn till ordningen. Formeln

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (1)$$

är ett sätt att beräkna den.

Fakulteter $n!$ växer väldigt snabbt, och formeln (1) är sällan särskilt lämplig för beräkningar, utan man bör använda $\binom{n}{k} = \frac{P(n,k)}{(n-k)!}$ eventuellt efter att först utnyttjat $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ så att man kan välja det mindre av talen k och $n-k$.

Övningar

1. På hur många sätt kan man välja fyra kort från en vanlig kortlek? Vad blir antalet om handen skall bestå av
 - (a) ett kort av varje färg?
 - (b) två klöver en hjärter och en ruter?
 - (c) ett ess och alla korten i samma färg?
2. På en tenta skall du lösa tre av fem uppgifter i kombinatorik och två av fem uppgifter i algebra. På hur många sätt kan du välja dina uppgifter?
3. Sex studenter skall delas in i par för laborationer. På hur många sätt kan det göras?

4. (a) På hur många vis kan åtta torn placeras på ett schackbräde så att inget torn kan ta ett annat?
 (b) På hur många vis kan fem torn placeras på ett schackbräde så att inget torn kan ta ett annat?
5. Fem kulor dras ur en urna utan hänsyn till ordningen. Urnan innehåller tio vita och sex svarta kulor. På hur många sätt kan man välja kulorna
 - (a) utan inskränkning?
 - (b) om precis två skall vara svarta?
 - (c) om alla skall ha samma färg?
 - (d) om minst två skall vara vita?
6. (a) En förening med 14 medlemmar skall välja en kommité med 6 medlemmar. Av dessa 6 skall 3 ingå i det verkställande utskottet. På hur många sätt kan det göras?
 (b) Visa kombinatoriskt att

$$\binom{300}{20} \binom{20}{5} = \binom{300}{15} \binom{285}{5}.$$

7. Vretblad 5.18
8. Vretblad 5.20
9. Vretblad 5.23
10. (a) Hur många ord med fyra bokstäver kan man bilda från alfabetet *AAABBCDE*?
 (b) På hur många sätt kan man välja fyra bokstäver utan hänsyn till ordningen från alfabetet *AAABBCDE*?

Förslag till svar:

1. 270 725 (a) 28 561 (b) 13 182 (c) 880
2. 100
3. 15
4. (a) 40 320 (b) 376 320
5. (a) 4368 (b) 900 (c) 258 (d) 1236
6. 60 060
10. (a) 262 (b) 22