

# LMA100, Diskret matematik

## Lektion 7

### Inklusion-exklusion

#### Övningar

1. Vretblad 1.41
2. Vretblad 1.44
3. I en grupp av studenter äger 73 en dator 125 en stereo och 41 har båda delarna. Hur många har minst en dator eller en stereo?
4. Hur många permutationer av siffrorna 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 börjar med en nia eller slutar med en tvåa (eller både och)?
5. (a) Hur många heltal mellan 1 och 1000 är inte delbara med 7? Med 11? Med 13?  
(b) Hur många heltal mellan 1 och 1000 är relativt prima med 77?  
(c) Hur många heltal mellan 1 och 1000 är relativt prima med 1001?
6. Hur många heltalslösningar till ekvationen

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 17$$

uppfyller  $0 \leq x_i \leq 7$  för alla  $i$ ?

7. (a) Hur många följder  $x_1 x_2 x_3 x_4 x_5$  där varje  $x_i$  är antingen 0, 1 eller 2 finns det?  
(b) Hur många av dessa innehåller inte någon nolla?  
(c) Hur många av dessa innehåller minst en nolla, en etta och en tvåa?

## Extra övningar på lådprincipen

8. Visa att under någon av årets månader har minst 3 av studenterna i LMA100-kursen födelsedag. Hur är det med minst 4? Med minst 5?
9. (a) Studera exempel 5.5 s. 109 i Vretblad för en något mera sofistikerad tillämpning på lådprincipen.  
(b) Visa att i varje mängd med sju heltal finns två tal vars summa eller skillnad är delbar med 10.
10. 6 punkter är givna. Varje par av punkter förbinds med ett rött eller blått streck.  
(a) Visa att man alltid får minst en enfärgad triangel.  
(En mer slående formulering: I varje grupp på sex personer finns det en grupp på tre personer som antingen älskar eller hatar varandra.)  
(b) Visa att man inte behöver få det om man bara har 5 punkter.

## Ledning.

5(c):  $1001 = 13 \cdot 77$ .

9(b): Studera resterna vid division med 10.

Lådorna är mängderna  $\{0\}$ ,  $\{1, 9\}$ ,  $\{2, 8\}$ ,  $\{3, 7\}$ ,  $\{4, 6\}$  och  $\{5\}$ .

10(a): Fixera en punkt  $A$ . Från  $A$  går det antingen minst tre röda eller tre blå streck (Varför?). Säg att det var minst tre röda streck som gick till  $B$ ,  $C$  och  $D$ . Vad händer om det går/inte går något rött streck mellan  $B$ ,  $C$  och  $D$ ?

## Förslag till svar:

3. 157
4. 75600
5. (a) 858, 910 resp. 924 (b) 780 (c) 720
6. 284
7. (a) 243 (b) 32 (c) 150