MATEMATIK
Göteborgs universitet

Datum: 20070829
Klockan: 8.30–13.30
Hjälpmedel: Inga
Telefonvakt: Anna Nyström,
076 - 272 1861

Tentamensskrivning i LMA 100, Matematik för lärare 1, del 2

1. Bevisa periferivinkelsatsen: en periferivinkel i en cirkel är hälften av medelpunktsvinkeln på samma båge.

2. Bestäm ekvationen för planet som innehåller de tre punkterna $(1, 1, 1)$, $(2, 4, 3)$ och $(3, 0, 2)$.

3. Bestäm minsta avståndet från punkten $(1, 2, 2)$ till linjen genom punkterna $(2, 5, 4)$ och $(3, 1, 3)$.

4. Låt $ABCD$ vara en fyrhörning. Visa att

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = 0 \ .$$

5. Definiera en talföljd rekursivt genom:

$$\begin{cases} x_1 = 4 \ , \\ x_{n+1} = 5x_n + 4 \ , \quad n \geq 1 \ . \end{cases}$$

Bevisa att $x_n = 5^n - 1$ för alla positiva heltal n. (Tips: tänk på induktion!)

6. Ge ett exempel på ett polynom som är irreducibelt i $\mathbb{Q}[X]$ men reducibelt i $\mathbb{R}[X]$. Ange polynomets nollställen.
Ge ett exempel på polynom som är reducibelt i $\mathbb{R}[X]$ men saknar nollställe i $\mathbb{R}$.

7. Lös följande ekvationer både algebraiskt och grafiskt (med ”grafiskt” menas att du ritar lösningarna i det komplexa planet och förklarar hur man ser att just dessa punkter uppfyller ekvationen) :
a) $z^4 = 1$,
b) $w^6 = 1$.

8. Vi säger att två mängder A och B har samma *kardinalitet* om det finns en bijektion från A till B.
Visa att relationen ”ha samma kardinalitet” är en ekvivalensrelation mellan mängder. Illustrera med några exempel.

Varje uppgift ger maximalt 3 poäng.
Tentan räknas vara färdigrättad fredagen den 14 september.
Lycka till!

Laura Fainsilber och Jan Stevens