

LMA110, Diskret matematik

Gruppövning 3

I Kapitel **5.4** i Vretblad-Ekstig behandlas kombinationer. Binomialkoefficienterna $\binom{n}{k}$ bör definieras som antalet sätt att välja k element från n element *utan* hänsyn till ordningen. Formeln

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (1)$$

ger ett algebraiskt uttryck för att beräkna den.

Fakulteter $n!$ växer väldigt snabbt, och formeln (1) är inte lämplig för beräkningar med dator. $n!$ kan vara för stort för att hanteras av datorn trots att $\binom{n}{k}$ går bra. Till exempel är $100! \approx 9,33 \cdot 10^{157}$ men $\binom{100}{50}$ är ”bara” $1,00 \cdot 10^{29}$. Vid beräkningar för hand gäller det att förkorta, $\binom{n}{k}$ är ju ett heltal. Man börjar alltid med att förkorta med det största av talen $k!$ och $(n-k)!$

Övningar

1. På hur många sätt kan man välja fyra kort (utan hänsyn till ordningen) från en vanlig kortlek? Vad blir antalet om handen skall bestå av
 - (a) ett kort av varje färg?
 - (b) två klöver en hjärter och en ruter?
 - (c) ett ess och alla korten i samma färg?
2. På en tenta skall du lösa tre av fem uppgifter i kombinatorik och två av fem uppgifter i algebra. På hur många sätt kan du välja dina uppgifter?
3. Sex studenter skall delas in i par för laborationer. På hur många sätt kan det göras?

4. (a) På hur många vis kan åtta torn placeras på ett schackbräde så att inget torn kan ta ett annat?
 (b) På hur många vis kan fem torn placeras på ett schackbräde så att inget torn kan ta ett annat?
5. Fem kulor dras ur en urna utan hänsyn till ordningen. Urnan innehåller tio vita och sex svarta (numrerade) kulor. På hur många sätt kan man välja kulorna
- (a) utan inskränkning?
 (b) om precis två skall vara svarta?
 (c) om alla skall ha samma färg?
 (d) om minst två skall vara vita?
6. (a) En förening med 14 medlemmar skall välja en kommité med 6 medlemmar. Av dessa 6 skall 3 ingå i det verkställande utskottet. På hur många sätt kan det göras?
 (b) Visa kombinatoriskt att

$$\binom{14}{6} \binom{6}{3} = \binom{14}{3} \binom{11}{3}.$$

- (c) Visa kombinatoriskt att

$$\binom{300}{20} \binom{20}{5} = \binom{300}{15} \binom{285}{5} = \binom{300}{5} \binom{295}{15}.$$

7. Vretblad-Ekstig 5.30
 8. Vretblad-Ekstig 5.38
 9. Vretblad-Ekstig 5.42
10. (a) Hur många ord med fyra bokstäver kan man bilda från alfabetet *AAABBCDE*?
 (b) På hur många sätt kan man välja fyra bokstäver utan hänsyn till ordningen från alfabetet *AAABBCDE*?

Förslag till svar:

1. 270 725 (a) 28 561 (b) 13 182 (c) 880
2. 100
3. 15
4. (a) 40 320 (b) 376 320
5. (a) 4368 (b) 1800 (c) 258 (d) 4212
6. 60 060
10. (a) 286 (b) 22