

Tentamensskrivning i LMA200 Geometri och linjär algebra 2

- Låt $\mathbf{u} = (1 \ 3 \ 2)^t$, $\mathbf{v} = (-3 \ 1 \ -7)^t$ och $\mathbf{w} = (-2 \ -1 \ 1)^t$. Beräkna volymen av den parallelepiped som \mathbf{u} , \mathbf{v} och \mathbf{w} spänner upp. Bildar \mathbf{u} , \mathbf{v} , \mathbf{w} ett höger- eller vänstersystem?
- Bestäm alla gemensamma punkter till de tre planen $x - 2y - 3z = -7$, $3x - y + z = 4$ och $2x + y + 4z = 11$.
 - Bestäm alla gemensamma punkter till de tre planen $x - 2y - 3z = -7$, $3x - y + z = 4$ och $x + y + 4z = 3$.
 - Beskriv geometrin i (a) och (b). (4p)
- Visa att vektorerna $(2 \ 3 \ 1)^t$, $(1 \ 6 \ 8)^t$ och $(1 \ 3 \ 3)^t$ är linjärt beroende och ange en icke-trivial linjärkombination av dem som är $\mathbf{0}$.
- Bestäm inversen till matrisen $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 6 \\ 1 & 1 & 6 \\ 8 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.
- Låt \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{u} och \mathbf{v} vara vektorer i \mathbb{R}^n . Visa att om \mathbf{a} och \mathbf{b} är ortogonala mot \mathbf{u} och \mathbf{v} så är varje linjärkombination av \mathbf{a} och \mathbf{b} ortogonal mot varje linjärkombination av \mathbf{u} och \mathbf{v} .
- För en godtycklig vektor $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, bestäm dess projektion i planet $x + y + z = 0$.
- Vi vet att matrisen för spegling i linjen med riktningsvinkel α är $S_\alpha = \begin{pmatrix} \cos 2\alpha & \sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & -\cos 2\alpha \end{pmatrix}$ och att matrisen för rotation vinkeln θ är $R_\theta = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$.
 - Visa att sammansättningen av en rotation och en spegling, $S_\alpha R_\theta$, är en spegling och bestäm riktningsvinkelns vinkel för speglingens linje.
 - Samma uppgift för $R_\theta S_\alpha$.
 - När är dessa båda lika?
- Bestäm alla egenvärden och egenvektorer till matrisen $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ och visa att egenvektorerna till det ena egenvärdet är ortogonala mot egenvektorerna till det andra egenvärdet.

Varje uppgift utom nr. 2 ger max 3 poäng.

För godkänt krävs 11 poäng, för väl godkänt 18 poäng av 25.

Tentan beräknas vara färdigreddad tisdagen den 24 januari kl 10, varefter resultat kan fås på tel. 772 3500. Tentor kan hämtas på MV:s expedition varje vardag 8.30–13.00.