MATEMATIK
Göteborgs Universitet
MS

13 januari 2007, 8.30-13.30
Hjälpmedel: Miniräknare
Telefon: Elizabeth Wulcan 076-2721860,
Henrik Seppänen 076-2721861.

Tentamensskrivning i Analys 4p, LMA200

1. Bestäm konstanten a så att

$$f(x) = \frac{(x+1)^2}{x+a}$$

har ett lokalt extremvärde då $x = 3$. Undersök därefter kurvan $y = f(x)$ med avseende på asymptoter, växande och konvexitet. Är $f(3)$ även ett globalt extremvärde? (3p)

2. Visa att

$$x - \frac{x^2}{2} < \ln(1+x) < x$$

för alla $x > 0$. (3p)

3. Beräkna följande integraler:

a) $\displaystyle\int_0^1 2x \cdot (x^2+1)^3\, dx$ (1p)

b) $\displaystyle\int_0^1 \frac{x+1}{x^2+1}\, dx$ (1p)

c) $\displaystyle\int_{\pi/4}^{\pi/2} \sin x \cdot \sin 2x\, dx$ (1p)

4. Bestäm arean av det område i första kvadranten som begränsas av x-axeln, kurvan $y = xe^{x^2}$ och dess tangent i punkten $(1, e)$. (3p)

5. Området $\mathcal{O}$ i första kvadranten begränsas av x-axeln, linjerna $x = 1$ och $x = K > 1$ samt kurvan

$$y = \frac{1}{x\sqrt{x}}, \quad x > 0\,.$$

Bestäm arean av $\mathcal{O}$ samt volymen av den rotationskropp som fås då $\mathcal{O}$ roterar kring x-axeln. Bestäm även de gränsvärden som erhålls då $K \to +\infty$. (3p)

Forts. →

6. Härled derivatan av $f(x) = \arctan x$ för alla $x \in \mathbb{R}$. (3p)

7. Formulera och bevisa analysens huvudsats. (3p)

8. Bestäm reella tal a och b så att funktionen

$$f(x) = \int_{x}^{x+1} (t^2 + at + b)\, dt$$

har ett lokalt minsta värde 0 då $x = -1$. Bestäm sedan $f(0)$. (4p)

För godkänt krävs 11 poäng, för väl godkänt 18 poäng.

På samtliga uppgifter skall alla beräkningar och motiveringar redovisas.

Lycka till!
/MS