MATEMATIK
Göteborgs universitet
IP

14 april 2009, 8.30–13.30
Hjälpmedel: miniräknare
Telefon: Oscar Marmon, 0762–721861

# Tentamensskrivning i Analys, LMA 210 GU

1. Beräkna följande gränsvärde:

(a) $\lim_{x\to\infty} x(x-\sqrt{x^2-1})$

(b) $\lim_{x\to\pi} \frac{\tan x}{\pi - x}$

(c) $\lim_{x\to 1} \frac{2x^2-x-1}{x-1}$.

2. Undersök kurvan $y = \frac{x^3}{x^2-1}$ med avseende på definitionsmängd, asymptoter, stationära och lokala extrempunkter, växande och konvexitet. Rita kurvan.

3. Låt $P(a,b)$ vara en punkt på kurvan $y = \frac{x}{1+x}$, $x \geq 0$ och låt kurvnormalen genom $P$ skära $x$-axeln i $Q$. Bestäm $P$ så att triangeln med hörnen $P$, $Q$ och $R(a,0)$ får så stor area som möjligt.

4. Beräkna arean av det begränsade område som innesluts av kurvorna $y = \frac{-4}{x^2+1}$ och $y = x^2 - 3$.

5. Beräkna följande integraler:

(a) $\int_1^e \frac{(\ln x)^2}{x} dx$

(b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x)^2 dx$

(c) $\int_{-1}^1 \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$.

6. Visa olikheten

$$\ln(1+x) < -\ln(1-x) - x^2$$

för alla reella tal $0 < x < 1$.

7. Formulera och bevisa den sats som säger att en lokal extrempunkt är stationär.

8. Visa att om $f$ är en kontinuerlig funktion i intervallet $[a,b]$ och $F$ är en primitiv till $f$ så gäller $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

På samtliga uppgifter skall alla beräkningar och motiveringar redovisas!

Varje uppgift ger maximalt 3 poäng utom uppgift 2 som ger 4 poäng.

För godkänt krävs 11 poäng, för väl godkänt krävs 18 poäng.

Tentan beräknas vara färdigrättad den 30 april 2009.

Lycka till!