

Tentamensskrivning i LMA200/MAL400/MA1200, Analys

1. Undersök kurvan

$$y = \frac{x^2 - x}{x + 1}$$

med avseende på definitionsmängd, nollställen, asymptoter, växande och konvexitet. Rita kurvan. (4p)

2. Visa att

(a) $\arctan x > x - \frac{x^3}{3}$ då $x > 0$.

(b) $\arctan x < x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5}$ då $x > 0$.

3. Beräkna

(a) $\int_0^{\sqrt{\pi}} 2x \sin x^2 dx$

(b) $\int_0^1 \frac{x^2}{x^3 + 1} dx$

(c) $\int_0^1 e^{4x} dx$.

4. (a) Bestäm normalen till kurvan $y = x^2$ i den punkt på kurvan där $x = 1$.
(b) Bestäm arean av det område som kurvan och normalen avgränsar.

5. Beräkna volymen av den kropp som genereras då området $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{1 - x^2}$ roterar runt

(a) x -axeln

(b) y -axeln.

6. Bestäm den (till arean) största axelparallella rektangel som kan skrivas in i ellipsen

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ där } a \text{ och } b \text{ är positiva tal.}$$

7. (a) Definiera arcsin-funktionen.
(b) Härled dess derivata.

8. Visa att om $f'(x) > 0$ på ett intervall I så är f strängt växande på I .

Varje uppgift utom nr. 1 ger max 3 poäng.

För godkänt krävs 11 poäng, för väl godkänt 18 poäng.

Tentan beräknas vara färdig rättad tisdagen den 22 november kl 12.30, varefter resultat kan fås på tel. 772 3509. Tentor kan hämtas i mottagningsrummet varje vardag 12.30–13.00.