

## Tentamensskrivning i LMA200/MAL400/MA1200, Analys

1. Undersök kurvan

$$y = \frac{x^4 + 5x^2 - 2}{x^3}$$

med avseende på definitionsmängd, nollställena, asymptoter, växande och konvexitet. Rita kurvan. (4p)

2. Visa att  $\sqrt{1+x} > 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2$  då  $x > 0$ .

3. Beräkna

(a)  $\int_0^1 x e^{-x^2} dx$

(b)  $\int_0^1 \frac{x^2}{x^2+1} dx$

(c)  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x dx$ .

4. Normalen till kurvan  $y = x^3 - 3x$  i origo skär kurvan i ytterligare två punkter och avgränsar därigenom tillsammans med kurvan två kongruenta områden. Beräkna arean av ett av dessa områden.
5. Beräkna volymen av den kropp som genereras då området i första kvadranten begränsat av  $y$ -axeln och kurvorna  $y = \cos x$  och  $y = \sin x$  roterar runt  $x$ -axeln.
6. Betrakta kurvan  $y = x^\alpha$ ,  $\alpha > 1$ ,  $x > 0$ . Låt  $P$  vara den punkt på kurvan där  $x = a$ . Bestäm  $\alpha$  så att arean av triangeln begränsad av  $y$ -axeln, den horisontella linjen genom  $P$  och normalen till kurvan genom  $P$  är oberoende av  $a$ .
7. Formulera och bevisa lagarna för  $\ln st$  och  $\ln s^t$ .
8. Formulera och bevisa Analysens huvudsats.

Varje uppgift utom nr. 1 ger max 3 poäng.

För godkänt krävs 11 poäng, för väl godkänt 18 poäng.

Tentan beräknas vara färdigrättad tisdagen den 2 maj kl 12, varefter resultat kan fås på tel. 772 3500. Tentor kan hämtas på MV:s expedition varje vardag 8.30–13.00.