MATEMATIK
Göteborgs universitet
TW

25 augusti 2006, 8.30-13.30
Hjälpmedel: miniräknare
Telefon: Elin Götmark, Elisabeth Wulcan 0762-72 18 61

Tentamensskrivning i LMA200/MAL400/MA1200, Analys

1. Undersök kurvan
$$y = \frac{2x}{\sqrt{1+x^2}} - \arctan x$$
med avseende på definitionsmängd, nollställen, asymptoter, växande och konvexitet. Rita kurvan. (4p)

2. Bestäm största och minsta värde av $\cos x - \ln \cos x$ då $-\pi/6 \leq x \leq \pi/3$.

3. Beräkna
   (a) $\displaystyle\int_1^2 \frac{(x-1)^2}{x}\,dx$
   (b) $\displaystyle\int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin^3 x \cos x\,dx$
   (c) $\displaystyle\int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2}\,dx.$

4. Bestäm de två minsta positiva rötterna till ekvationen $\cos x = \sin 2x$. Beräkna arean mellan de båda kurvorna $y = \cos x$ och $y = \sin 2x$ mellan dessa två x-värden.

5. Bestäm tangenten till kurvan $y = x^4 - 3x^2$ i den punkt på kurvan där $x = 1$. Tangenten skär kurvan i ytterligare två punkter och avgränsar därför tillsammans med kurvan två områden. Beräkna dessas areor.

6. Tangenten till kurvan $y = x^4$ i punkten $P : (a, a^4)$ skär x-axeln i punkten Q. Bestäm a så att avståndet från P till Q är detsamma som avståndet från Q till origo.

7. Formulera och bevisa den sats som säger att en lokal extrempunkt är stationär.

8. Visa att om f är en kontinuerlig funktion på intervallet $[a, b]$ och F är en primitiv funktion till f så gäller $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$.

Varje uppgift utom nr. 1 ger max 3 poäng.
För godkänt krävs 11 poäng, för väl godkänt 18 poäng.

Tentan beräknas vara färdigrättad tisdagen den 5 september kl 10.30, varefter resultat kan fås på tel. 772 3509. Tentor kan hämtas på expeditionen varje vardag 8.30–13.00.