MATEMATIK
Göteborgs universitet
IP

10 januari 2009, 8.30–13.30
Hjälpmedel: miniräknare
Telefon: Magnus Goffeng, 0762–721861

Tentamensskrivning i Analys, LMA 210 GU

1. Beräkna följande gränsvärde:

(a) $\lim_{x\to 0}(1+\sin x)^{1/3x}$

(b) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{3e^x - x^4}{\ln x - 2e^x}$

(c) $\lim_{x\to 1} \dfrac{\ln x}{x^2-1}$

2. Undersök kurvan $y = \dfrac{x^2}{(x+1)^2}$ med avseende på definitionsmängd, asymptoter, stationära och lokala extrempunkter, växande och konvexitet. Rita kurvan.

3. Visa olikheterna:

(a) $\ln(1+x) > x - \dfrac{x^2}{2}$ för $x > 0$.

(b) $\arctan x < x - \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{x^5}{5}$ för $x > 0$.

4. Beräkna följande integraler:

(a) $\displaystyle\int_0^1 \frac{x+1}{x^2+1}dx.$

(b) $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x}dx.$

(c) $\displaystyle\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}dx.$

5. Betrakta det område i den första kvadraten som begränsas av x-axeln, kurvan $y = xe^{x^2}$ och dess tangent i punkten $(1, e)$. Vilken är områdets area?

6. Beräkna volymen av den kropp som genereras när området i första kvadraten begränsat av x-axeln och kurvan $y = \sin x + 2\cos x$ roterar runt x-axeln.

7. Visa att om f är deriverbar med $f'(x) > 0$ i intervallet $]a, b[$ så följer att f är strängt växande i $]a, b[$.

8. Härled derivatan till den naturliga logaritmfunktionen.

På samtliga uppgifter skall alla beräkningar och motiveringar redovisas!

Varje uppgift ger maximalt 3 poäng utom uppgift 2 som ger 4 poäng.

För godkänt krävs 11 poäng, för väl godkänt krävs 18 poäng.

Tentan beräknas vara färdigrättad den 31 januari 2009.

Lycka till!