Matematik
Göteborgs universitet
Hasse Carlsson

Hjälpmedel:
Inga, inte ens räknedosa
Telefonvakt: Oscar Marmon
0703-08 83 04

Tentamensskrivning i LMA210, Matematik för lärare 2, Analys, 6 poäng

15 januari 2010, $8^{30} - 13^{30}$

1. Bestäm en primitiv funktion till följande funktioner.

$$(a)\ \frac{x+1}{x-1},\quad (b)\ xe^{x^2},\quad (c)\ \ln x$$

   Ledning till (c). Vad är derivatan av $x \ln x$?

2. Undersök extremvärden och aymptoter till kurvan

$$y = \frac{x^2}{(x+1)^2}\ .$$

   Rita kurvan.

3. Bestäm följande gränsvärden.

$$(a)\ \lim_{x\to 1} \frac{x^2+x-2}{x^2-3x+2},\quad (b)\ \lim_{x\to +\infty} \frac{x^2\cos\frac{1}{x}+x}{x\sin\frac{1}{x}+x^2},\quad (c)\ \lim_{x\to +\infty} \sqrt{x^2+x}-x$$

4. Beräkna arean av det begränsade området i xy-planet som begränsas av parabeln $y = x^2 - 2x - 1$ och linjen $x + y = 1$.

5. Visa att $\ln(1+x) > x - \frac{x^2}{2}$ då $x > 0$.

Vänd!

6. Ett företag skall dra en oljeledning från en oljekälla i havet till ett raffinaderi som ligger vid den raka strandlinjen. Den punkt S på stranden som ligger närmast oljekällan ligger 4 km från oljekällan och 10 km från raffinaderiet.

S 10 km R

4 km

O

Det kostar 50 000 kr/km att dra ledningen i havet och 40 000 kr/km att dra den på land. Hur skall ledningen dras så att kostnaden blir minimal?

7. Bevisa att $\lim_{n\to+\infty} 2^n = +\infty$. ($n$ är heltal)

8. Formulera och bevisa integralkalkylens huvudsats. (I boken kallas den Analysens huvudsats.)