

Tentamensskrivning i LMA210,  
Matematik för lärare 2, Analys, 6 poäng  
15 januari 2010, 8<sup>30</sup> – 13<sup>30</sup>

1. Bestäm en primitiv funktion till följande funktioner.

$$(a) \frac{x+1}{x-1}, \quad (b) xe^{x^2}, \quad (c) \ln x$$

Ledning till (c). Vad är derivatan av  $x \ln x$ ?

2. Undersök extremvärden och asymptoter till kurvan

$$y = \frac{x^2}{(x+1)^2}.$$

Rita kurvan.

3. Bestäm följande gränsvärden.

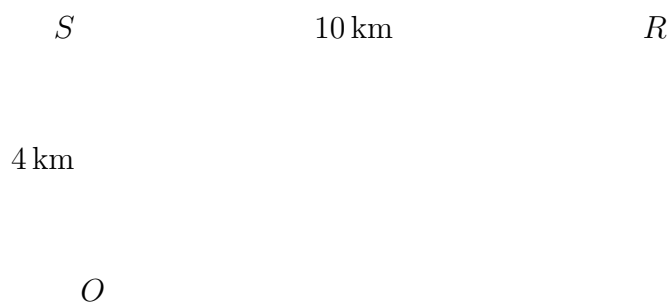
$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \cos \frac{1}{x} + x}{x \sin \frac{1}{x} + x^2}, \quad (c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x} - x$$

4. Beräkna arean av det begränsade området i  $xy$ -planet som begränsas av parabeln  $y = x^2 - 2x - 1$  och linjen  $x + y = 1$ .

5. Visa att  $\ln(1+x) > x - \frac{x^2}{2}$  då  $x > 0$ .

Vänd!

6. Ett företag skall dra en oljeledning från en oljekälla i havet till ett raffinaderi som ligger vid den raka strandlinjen. Den punkt  $S$  på stranden som ligger närmast oljekällan ligger 4 km från oljekällan och 10 km från raffinaderiet.



Det kostar 50 000 kr/km att dra ledningen i havet och 40 000 kr/km att dra den på land. Hur skall ledningen dras så att kostnaden blir minimal?

7. Bevisa att  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n = +\infty$ . ( $n$  är heltal)
8. Formulera och bevisa integralkalkylens huvudsats. (I boken kallas den Analysens huvudsats.)