

Matematik
Göteborgs universitet
Hasse Carlsson

Hjälpmedel:
Inga, inte ens räknedosa
Telefonvakt: Oscar Hamlet
0703-08 83 04

Tentamensskrivning i LMA210,
Matematik för lärare 2, Analys, 6 poäng
19 oktober 2009, $8^{30} - 13^{30}$

1. Bestäm en primitiv funktion till följande funktioner.

$$(a) \frac{x}{x+2}, x > 0, \quad (b) \cos x e^{\sin x}, \quad (c) x \cos x$$

Ledning till (c). Vad är derivatan av $x \sin x$?

2. Undersök extremvärden och asymptoter till kurvan

$$y = \frac{x^2}{(x-1)^2}.$$

Rita kurvan.

3. Bestäm följande gränsvärden.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1) \sin 3x}{x^2}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 3x + 2}, \quad (c) \lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{n+1} \cos \frac{1}{x} dx$$

4. Visa att $\sqrt{1+x} < 1 + \frac{1}{2}x$ då $x > 0$.

5. Beräkna volymen av den oändliga strut som bildas då området $x \geq 0$, $0 \leq y \leq \frac{\sqrt{x}}{1+x^2}$, roterar ett varv kring x -axeln.

Vänd!

6. Maria befinner sig i en skog $\sqrt{26}$ kilometer (fågelvägen) bort från sitt hus och vill så fort som möjligt ta sig hem. Huset ligger vid en rätlinjig väg och Maria befinner sig 1 km från vägen.

P

H

M

Hur skall hon snabbast ta sig hem om hon håller hastigheten 6 km/tim i skogen och 10 km/tim på vägen. Hur lång tid tar det innan hon är hemma igen?

7. Formulera och bevisa en räkneregeln för $\ln ab$.
8. Formulera och bevisa produktregeln för derivering.