MATEMATIK
Göteborgs universitet
IP

14 oktober 2008, 8.30–13.30
Hjälpmedel: miniräknare
Telefon: Peter Lindroth, 0762–721861

Tentamensskrivning i Analys, LMA 210 GU

1. Beräkna gränsvärdena

(a) $\lim_{x \to 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin(3x)}$

(b) $\lim_{x \to \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - x)$

(c) $\lim_{x \to \infty} \frac{2^x + \ln x}{3 \cdot 2^x - \ln x}$.

2. Undersök funktionen $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4}$ med avseende på definitionsmängd, asymptoter, stationära punkter och lokala extrempunkter. Rita kurvan.

3. Visa olikheterna

(a) $\ln(1 + 4x) > \arctan(3x)$ för $x > 0$.

(b) $\ln x \leq \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ för $x \geq 1$.

4. Beräkna följande integraler

(a) $\int_0^1 \frac{x^2}{x^3 + 1} dx$

(b) $\int_0^1 \frac{e^x + 1}{e^{2x}} dx$

(c) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \cot x dx$.

5. Beräkna arean av det begränsade område som innesluts av y–axeln och kurvorna $y = \frac{2}{1 + x^2}$ och $y = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$ för $x \geq 0$.

6. I en punkt på kurvan $y = e^{-x}$, $x \geq 0$, dras en tangent till kurvan. Koordinataxlarna bildar tillsammans med tangenten en triangel. Vilken är den största area en sådan triangel kan ha?

7. Formulera och bevisa produktregeln för deriverbara funktioner.

8. Formulera integralkalkylens medelvärdessats och använd denna för att bevisa Analysens huvudsats.

På samtliga uppgifter skall alla beräkningar och motiveringar redovisas!

Varje uppgift ger maximalt 3 poäng utom uppgift 2 som ger 4 poäng.

För godkänt krävs 11 poäng, för väl godkänt krävs 18 poäng.

Tentan beräknas vara färdigrättad den 3 november.

Lycka till!