

Tentamensskrivning i LMA210,  
Matematik för lärare 2, Analys, 6 poäng  
12 januari, 8<sup>30</sup> – 12<sup>30</sup>

1. Bestäm en primitiv funktion till

(a)  $x \sin x^2$ ,

(b)  $\frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$ .

(c) Derivera funktionen  $x^x$  för  $x > 0$ .

2. Bestäm gränsvärdena

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin x)}{\sin x}$ , (b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left( \sqrt{x^2 + 1} - x \right)$ , (c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_x^{x+2} \cos \frac{1}{t} dt$ .

3. Beräkna den generaliserade integralen

$$\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx .$$

4. Undersök extremvärden och asymptoter till kurvan

$$y = \frac{(x+1)^2}{(x-1)^2} .$$

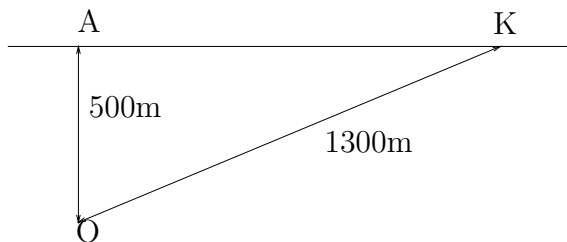
Rita kurvan.

5. Låt

$$f(x) = \int_0^x (2 + \sin t^3) (t-1) dt$$

för  $x \geq 0$ . Visa att  $f(x)$  har ett minsta värde då  $0 \leq x < \infty$  och ange det värde på  $x$  för vilket detta antas.

6. En orienterare befinner sig i ett skogsparti som begränsas av en rak skogsväg. Han är på väg mot en kontroll som ligger vid vägen. Avståndet till vägen är 500 meter och fågelvägen till kontrollen är 1300 meter. På vägen springer orienteraren 1 km på fyra och en halv minut och i skogen tar det sju och en halv minut. Hur skall orienteraren springa och hur lång tid tar det för honom att komma till kontrollen?



7. Formulera och bevisa deriveringsregeln för en produkt av två funktioner.
8. Formulera medelvärdessatsen och bevisa den i fallet  $f(a) = f(b) = 0$ .