

Tentamensskrivning, LMA210,
Matematik för lärare 2, Analys, 6 poäng
27 augusti, 14⁰⁰ – 18⁰⁰

1. Bestäm en primitiv funktion till

$$(a) x^2 \cos x^3, (b) \frac{1}{1+4x^2}, (c) \frac{(1+x)^2}{1+x^2}.$$

2. Bestäm följande gränsvärden.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{\sin^2 x}, (b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{10 - 3x - x^2}, (c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x - \sqrt{x}} \right)$$

3. Beräkna arean av det (ändliga) område som begränsas av kurvorna $y = |x|$ och $y = 2 - x^2$.
4. Undersök extremvärden och asymptoter till kurvan

$$y = \frac{(x-2)^2}{(x+1)^2}.$$

Rita kurvan.

5. En firma skall tillverka en cylindrisk plåtbägare. Bägaren skall vara utan lock och rymma 5 deciliter. Hur skall förhållandet mellan bägarens radie och höjd väljas för att plåtåtgången skall bli minimal?
6. Bestäm derivatan av följande funktioner.

$$a(x) = \int_0^x e^{t^2} dt, \quad b(x) = \int_0^{x^2} e^{t^2} dt, \quad c(x) = \int_x^{x^2} e^{t^2} dt$$

7. Vad är derivatan av e^x ? Bevisa ditt påstående.
8. Formulera medelvärdessatsen och bevisa den i fallet $f(a) = f(b) = 0$.