

Tentamensskrivning i LMA210 Linjär algebra

Var noga med motiveringarna!

- Låt $\mathbf{u} = (1 \ 3 \ 2)^t$, $\mathbf{v} = (-3 \ 1 \ -7)^t$ och $\mathbf{w} = (-2 \ -1 \ 1)^t$. Beräkna volymen av den parallelepiped som \mathbf{u} , \mathbf{v} och \mathbf{w} spänner upp. Bildar \mathbf{u} , \mathbf{v} , \mathbf{w} ett höger- eller vänstersystem?
- Bestäm alla gemensamma punkter till de tre planen $x - 2y - 3z = -7$, $3x - y + z = 4$ och $2x + y + 4z = 11$.
 - Bestäm alla gemensamma punkter till de tre planen $x - 2y - 3z = -7$, $3x - y + z = 4$ och $x + y + 4z = 3$.
 - Bestäm alla gemensamma punkter till de tre planen $x - 2y - 3z = -7$, $3x - y + z = 4$ och $2x + y + 4z = 3$.
 - Beskriv geometrin i de tre fallen. (4p)
- Visa att vektorerna $(2 \ 3 \ 1)^t$, $(1 \ 6 \ 8)^t$ och $(1 \ 3 \ 3)^t$ är linjärt beroende och ange en icke-trivial linjärkombination av dem som är $\mathbf{0}$.
- Bestäm inversen till matrisen $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 6 \\ 1 & 1 & 6 \\ 8 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.
- För en godtycklig vektor $\mathbf{v} = (x \ y \ z)^t$, bestäm dess projektion i planet $x + y + z = 0$, dvs. den vektor \mathbf{w} som är vinkelrät mot planets normalvektor och som är sådan att $\mathbf{v} - \mathbf{w}$ är parallell med planets normalvektor.
- Vi vet att matrisen för spegling i linjen med riktningsvinkel α är $S_\alpha = \begin{pmatrix} \cos 2\alpha & \sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & -\cos 2\alpha \end{pmatrix}$ och att matrisen för rotation vinkeln θ är $R_\theta = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$.
 - Visa att sammansättningen av en rotation och en spegling, $S_\alpha R_\theta$, är en spegling och bestäm riktningsvinkeln för speglingslinjen.
 - Samma uppgift för $R_\theta S_\alpha$.
 - När är dessa båda lika? (4p)

Varje uppgift utom nr. 2 och 6 ger max 3 poäng.

För godkänt krävs 10 poäng, för väl godkänt 15 poäng av 20.

Tentan beräknas vara färdigreddad tisdagen den 19 oktober kl 10, varefter resultat kan fås på tel. 772 3500. Tentor kan hämtas på MV:s expedition varje vardag 8.30–13.00.