

Dugga i sannolikhetssteori — Statistik för lärare 2009

3 nov 2009 kl 13.00-14.00

Skriv ut alla uträkningar och argument. Skriv namn och personnummer på alla papper.

1. En diskret stokastisk variabel X har sannolikhetsfunktion

$$p_X(k) = \begin{cases} 1/3, & k = -1 \\ 2/3, & k = 1 \\ 0, & \text{i övrigt} \end{cases} \quad (1)$$

Räkna ut väntevärdet av X , alltså $E[X]$. (1p)

2. För en stokastisk variabel (det spelar ingen roll om den är diskret eller kontinuerlig) X gäller att $E[X] = 1$ och $E[X^2] = 4$. Beräkna variansen av X , alltså $V(X)$. (1p)
3. Låt A och B vara två händelser för vilka sannolikheterna är $P(A) = 0.3$ och $P(B) = 0.9$. Anta att händelserna A och B är oberoende. Vad är då $P(A \cap B)$, alltså sannolikheten att både A och B inträffar? (1p)
4. Bland en grupp människor talar 60 % engelska och 50 % kinesiska. Alla talar åtminstone ett av språken. Hur stor är sannolikheten (a) att en slumpvis utvald person talar bägge språken? (1p) och (b) att en kinesisk-talande person också talar engelska? (1p)
5. Pelle spelar fotboll och uppskattar att han gör mål var femte match. Om vi antar att sannolikheten att han gör mål är densamma i alla matcher, skulle detta innebära att sannolikheten att han gör mål är $p = 1/5$ för varje match. Om Pelle nu spelar 3 matcher, vad är sannolikheten att han gör mål i minst 2 av dessa? Anta att hans prestation i en match inte beror alls på de andra matcherna. (2p)
6. Låt X vara en kontinuerlig stokastisk variabel som följer en normalfördelning med väntevärde μ och standardavvikelse σ , alltså $X \sim N(\mu, \sigma)$. Vi vet att vi kan multiplicera och addera konstanter till X och att det resulterande uttrycket fortfarande följer en normalfördelning, fast med andra parametrar. Visa, genom att beräkna väntevärde och varians, vilken fördelning

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad (2)$$

har. (2p)

7. Anna kastar stenar mot en hink några meter bort tills hon träffar hinken. Anta att hon varje gång hon kastar träffar med sannolikhet $p = 0.2$. Hur stor är sannolikheten att hon behöver precis 3 kast för att lyckas en gång (det vill säga hon misslyckas två gånger, och lyckas den tredje)? Anta att kasten är helt oberoende av varandra. (2p)