Statistik för Lärare ht 2006
Andra omtentamen

Lördag 25 augusti 2007, kl: 8.30-13.30, sal V.
Examinator och jour: Johan Tykesson, tel 0703-182096.
Hjälpmedel: Formelsamling som delas ut tillsammans med tentamenstesen och valfri miniräknare med tomt minne.
Max: 30p, Godkänd: 12p, Väl Godkänd: 21p.

OBS!: Lösningar skall redovisas till varje uppgift.
OBS!: Text på två sidor.
OBS!: Uppgifterna ej ordnade efter svårighetsgrad.

Rättningsprotkoll anslås senast 3 veckor efter tentamen.

---

1. Antag $c > 0$ är en konstant och antag X är en diskret stokastisk variabel (dvs. slumpvariabel) som uppfyller att $\mathbf{P}(X = 1) = c/2$, $\mathbf{P}(X = 2) = c/3$, $\mathbf{P}(X = 3) = c/4$ samt $\mathbf{P}(X = k) = 0$ för alla övriga k.
   (a) (1p.) Bestäm konstanten c.
   (b) (1p.) Beräkna $\mathbf{E}(X)$.
   (c) (1p.) Beräkna $\mathbf{P}(X < 2)$
2. På en fröpåse med blandade frön står det att grobarheten är 80 procent. Man vet också att 60 procent av fröna är ringblommefrön och man vet att grobarheten för dessa är 90 procent.
   (a) (2p.) Beräkna sannolikheten att ett frö som gror är ett ringblommefrö.
   (b) (2p.) Hur stor är grobarheten för övriga frö?
3. (a) (2p.) Antag att A och B är två händelser som uppfyller $\mathbf{P}(A) = 0.5$, $\mathbf{P}(A \cup B) = 0.6$ samt $\mathbf{P}(A \cap B) = 0.3$. Avgör om A och B är oberoende.
   (b) (2p.) Kan det finnas två händelser A och B som uppfyller $\mathbf{P}(A) = 0.5$, $\mathbf{P}(B) = 0.1$ och $\mathbf{P}(A \cup B) = 0.8$? Motivera!
4. Antag att den kontinuerliga stokastiska variabeln X har fördelningsfunktion x^3 för $0 \leq x \leq 1$.
   (a) (2p.) Bestäm täthetsfunktionen för X^5.
   (b) (3p.) Beräkna $\mathbf{P}(4^{-8/3} \leq X^8 \leq 2^{-8/3})$.

5. (3p.) Man undersöker hur två olika borrtyper höjer temperaturen i stål vid borrning. För borrtyp 1 gjordes 4 mätningar och man fick följande data (grader Celsius): 69.0, 63.0, 67.2, 65.7. För borrtyp 2 gjordes 5 mätningar och man fick följande data (i grader Celsius): 59.8, 57.2, 63.4, 65.8, 60.7. Antag nu att de uppmätta värdena är två oberoende stickprov från en $N(\mu_1, \sigma)$- respektive en $N(\mu_2, \sigma)$-fördelning. Beräkna ett 95% konfidensintervall för skillnaden $\mu_1 - \mu_2$.

6. (3p.) Bland Uppsalas 35000 studenter tillfrågades 623 slumpvis utvalda om de hade internetuppkoppling hemma. 217 svarade ja och resterande nej. Bilda ett 95% konfidensintervall för andelen studenter i Uppsala som har internetuppkoppling hemma.

7. Låt (X, Y) vara en diskret tvådimensionell stokastisk variabel med tvådimensionell simultan sannolikhetsfunktion $p_{XY}(j,k)$ där $p_{XY}(1,1) = 1/27$, $p_{XY}(1,2) = 2/27$, $p_{XY}(1,3) = 0$, $p_{XY}(2,1) = 1/9$, $p_{XY}(2,2) = 1/27$, $p_{XY}(2,3) = 2/27$, $p_{XY}(3,1) = 1/45$, $p_{XY}(3,2) = 14/45$ och $p_{XY}(3,3) = 1/3$.

   (a) (1p.) Beräkna $\mathbf{P}(X = 1 \text{ eller } 2)$.

   (b) (1p.) Beräkna $\mathbf{P}(Y = 3 | X = 2)$.

   (c) (1p.) Beräkna $\mathbf{P}(X + Y = 3)$

8. (2p.) Formulera sannolikhetsaxiomen.

9. (3p.) Formulera och bevisa Bayes sats. (Du får använda lagen om total sannolikhet utan bevis.)