Inlämningsuppifter A

Svara inte bara med siffra eller ja eller nej på någon fråga. Det är argumentationen och beräkningarna som ger poäng.

A

1. (a) Hur kan man hitta en äkta delare till ett godtyckligt tal? Beskriv allmänt och genomför det sedan på talet 5183. (2)

   (b) Hur kan man hitta en gemensam delare till två godtyckliga tal. Beskriv allmänt och genomför det på talen 5183 och 4757. (2)

   (c) Vilken av de ovanstående är den mest krävande uppgiften i allmänhet tror du? Motivera dig! (1)

2. Hitta alla naturliga tal mindre än 100 som *inte* är hypotenusan i någon rätsidig triangel vars sidors längder alla är heltal. Hur stor andel utgör de? Svara på samma frågor för alla heltal mindre än 200. Gör en hypotes om hur det blir för större tal. (7)

3. (a) I argumentet för att primtalsfaktoriseringen av ett naturligt tal i allt väsentligt är entydig, faller det speciellt ut att två tänka primtalsfaktoriseringar av samma tal måste ha lika många faktorer. Återge hur man ser det. (3)

   (b) Låt $\mathbb{E} = 2\mathbb{N}$, dvs mängden av alla jämna heltal. Vi diskuterade vilka tal som var irreducibla (primtal) i detta sammanhang och att entydig primtalfaktorisering inte gällde här. Gäller samma sak för $\mathbb{T} = 3\mathbb{N}$. (3)

   (c) Finns det tal i $\mathbb{T}$ med tre olika primtalsfaktoriseringar. (2)

   (d) Gäller det, i likhet med $\mathbb{N}$, att även i $\mathbb{T}$ gäller att två olika primtalsfaktoriseringar av samma tal måste ha lika många faktorer? Ge argument eller motexempel. (3)

4. Beskriv två olika sätt att hitta alla lösningar till ekvationen $ax \equiv c (\mathrm{mod}\ m)$. Genomför den ena metoder på ekvation (a) och den andra på ekvation (b) nedan.

   (a) $6x \equiv 4 (\mathrm{mod}\ 8)$. (3)

   (b) $771x \equiv 571 (\mathrm{mod}\ 971)$. (3)

5. Finns det något $n \in \mathbb{N}$ sådant att det finns lösningar till ekvationen $x^2 = -1$ i $\mathbb{Z}_n$? (3)

6. Beräkna $12 \cdot 2^{64} \cdot 2^9 + 4 \cdot 3^{43} (\mathrm{mod}\ 7)$. Svara med en representant i intervallet 0 till 6. (3)