MATEMATIK
Göteborgs universitet
TW

16 augusti 2004, kl 8.45-13.45
Hjälpmedel: miniräknare
Tel: Micke Persson, 0739-77 92 68
Jonas Hartwig, 0762-18 66 54

Tentamen i MAL600, flervariabelanalys

Var noga med motiveringarna!

1. Låt f vara en två gånger kontinuerligt deriverbar funktion från $\mathbb{R}^2$ till $\mathbb{R}$ för vilken i punkten $(1,-1)$ gäller
$$f'_x = f'_y = f''_{xx} = f''_{xy} = f''_{yy} = 1\,.$$
Låt $h(t) = f(t^2, t^3)$. Beräkna $h''(-1)$.

2. Transformera differentialuttrycket $xz'_x + yz'_y$ genom att införa polära koordinater.

3. Bestäm alla lokala extrempunkter till funktionen
$f(x,y) = x^3y + xy^3 - xy$.

4. Finn största och minsta värdet av
$f(x,y) = 8x^3 - 12x^2 + 81y^2 - 9y^3$ då $4x^2 + 9y^2 \leq 9$.

5. Beräkna $\displaystyle\iint_D x^2 e^{-x^2-y^2}\,dxdy$, där D är första kvadranten.

6. Beräkna $\displaystyle\iint_D 7x\,cos(x-2y)\,dxdy$, där D är parallellogrammen med hörn i $(-1,4)$,$(1,-2)$, $(3,6)$ och $(5,0)$.

7. Beräkna $\displaystyle\int_\gamma (x^2y + \frac{1}{3}y^3 + ye^{xy})dx + (x + xe^{xy})dy$, där γ är halvcirkeln i övre halvplanet från $(1,0)$ till $(-1,0)$.

8. Låt $f(x,y) = \dfrac{x^3-y^3}{x^2+y^2}$ om $(x,y) \neq (0,0)$ och låt $f(0,0) = 0$.
För vilka enhetsvektorer $\mathbf{v}$ gäller $f'_{\mathbf{v}}(0,0) = \mathbf{v}\cdot\mathrm{grad}f(0,0)$?
Varför gäller inte likheten för alla enhetsvektorer $\mathbf{v}$?

Varje uppgift ger max 3 poäng.
För godkänt krävs 11 poäng, för väl godkänt 18 poäng.

Tentan beräknas vara färdigrättad måndagen den 23 augusti kl 12.30, varefter resultat kan fås på tel. 772 3509.