MATEMATIK
Göteborgs universitet
TW

10 januari 2005, kl 8.30-13.30
Hjälpmedel: miniräknare
Tel: Jonas Hartwig, 0762-18 66 54

Tentamen i MAL600, flervariabelanalys

Var noga med motiveringarna!

1. Bestäm tangentlinjen i punkten $(1,1,1)$ till skärningskurvan mellan ytorna $x^2 + xyz + yz^3 = 3$ och $x + y + z - 3x^2z^3 - yz^2 = -1$.

2. (a) Lös differentialekvationen $(x+y)z'_x = yz'_y$, $x, y \geq 0$ genom att införa nya variabler $u = x$, $v = y^2 + 2xy$.

   (b) Bestäm den lösning som uppfyller $z(0,y) = y^4$.

3. Bestäm alla lokala extrempunkter till funktionen $f(x,y) = x^2e^{-x^2-y^2}$.

4. Finn största och minsta värdet av $f(x,y) = x + 2y$ då $x^2 + xy + 2y^2 \leq 7$.

5. Beräkna $\displaystyle\iint_D \frac{x}{1+y}\,dxdy$, där D är triangelytan med hörn $(0,0), (1,0), (2,1)$.

6. Beräkna $\displaystyle\iint_D \frac{1}{x^2}e^{-\frac{y}{x}}\,dxdy$, där D är området $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$, $x, y \geq 0$.

7. Beräkna $\displaystyle\int_\gamma (xy + e^{2x})dx + (x^2 + e^y)dy$, där γ är kurvan $x^2 + y^2 = 1$ i första kvadranten från $(1,0)$ till $(0,1)$.

8. Låt $f(x,y) = \dfrac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}$ om $(x,y) \neq (0,0)$ och låt $f(0,0) = 0$.
   Visa att de partiella derivatorna av f existerar överallt och att f är differentierbar överallt utom i origo.

Varje uppgift ger max 3 poäng.
För godkänt krävs 11 poäng, för väl godkänt 18 poäng.

Tentan beräknas vara färdigrättad måndagen den 24 januari kl 12.30, varefter resultat kan fås på tel. 772 3509. Tentor kan hämtas i mottagningsrummet varje vardag 12.30–13.00.