MATEMATIK
Göteborgs universitet
TW

27 maj 2005, kl 8.30-13.30
Hjälpmedel: miniräknare
Tel: Jonas Hartwig, 0762-72 18 61

Tentamen i LMA320, flervariabelanalys

Var noga med motiveringarna!

1. De båda ytorna $x^2+2y^2+3z^2=9$ och $z=x^4+y^4-x^3+8y$ innehåller punkten $(2,-1,1)$. Bestäm ytornas tangentplan i punkten.

2. (a) Lös differentialekvationen $xz'_x - yz'_y = 2x^2,\ x,y>0$, genom att införa nya variabler $u=xy,\ v=\frac{x}{y}$.

   (b) Bestäm den lösning som uppfyller $z(x,1)=x$.

3. Bestäm alla lokala extrempunkter till funktionen $f(x,y)=(x+y)e^{-x^2-y^2}$.

4. Finn största och minsta värdet av $f(x,y)=\dfrac{x}{1+x^2+y^2}$ då $x^2+y^2\le 4$.

5. Beräkna $\displaystyle\iint_D (x+y)\,dxdy$, där D är området $3<x-y<4,\ 9<x^2-y^2<16$.

6. Beräkna $\displaystyle\iiint_D \frac{z}{1+x^2+y^2+z^2}\,dxdydz$, där D är området $x^2+y^2+z^2\le 4,\ y,z\ge 0$.

7. (a) Visa att fältet $\mathbf{F}=\left(\dfrac{1}{x^3}+xe^{-x^2-y^2}, \dfrac{y}{(y^2+1)^2}+ye^{-x^2-y^2}\right),\ x>0$, är konservativt.

   (b) Beräkna $\displaystyle\int_\gamma \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$, där γ är kurvan $x^2+y^2=2$ i första kvadranten från $(\sqrt{2},0)$ till $(1,1)$.

8. Formulera och bevisa kedjeregeln i fallet $\mathbb{R}\to\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$.

Varje uppgift ger max 3 poäng.
För godkänt krävs 11 poäng, för väl godkänt 18 poäng.

Tentan beräknas vara färdigrättad tisdagen den 7 juni kl 12.30, varefter resultat kan fås på tel. 772 3509. Tentor kan hämtas i mottagningsrummet varje vardag 12.30–13.00 t.o.m. v23.