MATEMATIK
Göteborgs universitet
TW

5 juni 2006, kl 8.30-13.30
Hjälpmedel: miniräknare
Tel: Milena Anguelova, 0762-72 18 61

Tentamen i LMA320, flervariabelanalys

Var noga med motiveringarna!

1. Visa att punkten $(3,2,-1)$ ligger på skärningskurvan till ytorna $x^2+2y^2=17$ och $xy+yz=4$ och bestäm kurvans tangent i punkten.

2. (a) Transformera differentialekvationen $\dfrac{y^2}{x}z'_x - yz'_y = z,\ x,y>0$, genom att införa nya variabler $u=x^2+y^2,\ v=\dfrac{x}{y}$. (2p)

   (b) Den transformerade ekvationen innehåller endast z och variabeln v och kan lösas med integrerande faktor eller genom att den är separabel. Utför detta och uttryck sedan lösningen i variablerna x och y, alltså lösningen till den givna ekvationen. (2p)

3. Motivera att funktionen $f(x,y)=(x^2+y)e^{-x^2-y^2}$ har ett största och ett minsta värde och bestäm dessa.

4. Bestäm största och minsta värdet av $f(x,y)=xy$ då $x^4+x^2y^2+4y^4\le 160$.

5. Beräkna $\displaystyle\iint_D \frac{1}{(1+x^2+y^2)^{3/2}}\,dxdy$, där D är högra halvplanet ($x\ge 0$).

6. Beräkna $\displaystyle\iint_D (x^4-y^4)\,dxdy$, där D ges av $1\le x^2-y^2\le 4,\ 1\le xy\le 3,\ x,y>0$.

7. Beräkna $\displaystyle\int_\gamma (x^2-y^2)\,dx+2xy\,dy$, där γ består av sträckan från $(3,0)$ till $(3,3)$ följd av sträckan från $(3,3)$ till $(0,3)$.

8. Låt $f(x,y)=\dfrac{xy^5}{x^2+y^6}$ om $(x,y)\ne(0,0)$ och $f(0,0)=0$.

   (a) Beräkna $f'_x(0,0)$.

   (b) Beräkna $f'_x(x,y)$ för $(x,y)\ne(0,0)$.

   (c) Visa att f'_x inte är kontinuerlig i $(0,0)$.

   Anm. Man kan visa att f är differentierbar ”trots” att den inte är C^1.

Varje uppgift utom nr 2 ger max 3 poäng.
För godkänt krävs 11 poäng, för väl godkänt 18 poäng.

Tentan beräknas vara färdigrättad måndagen den 19 juni kl 12.00, varefter resultat kan fås på tel. 772 3509. Tentor kan hämtas på expeditionen varje vardag 8.30–13.00.