

1. (a) Definiera begreppet bijektiv funktion och förklara vad man menar med att två mängder, A och B , har samma kardinalitet (är "lika stora")?
(b) Visa att alla jämna heltal har samma kardinalitet som alla heltal delbara med 3.
2. Ge exempel på
 - (a) en Diofantisk ekvation,
 - (b) ett reducibelt och ett irreducibelt polynom med rationella koefficienter,
 - (c) en injektiv funktion från $A = \{1, 2, 3\}$ till $B = \{a, b, c\}$.
3. (a) Låt a och b vara två nollskilda heltal. Definiera begreppet största gemensamma delaren till a och b och beräkna $\text{SGD}(143, 227)$.
(b) Låt f och g vara två polynom skilda från nollpolynomet. Definiera begreppet största gemensamma delaren till f och g .
(c) Förklara likheten mellan begreppen i (a) och (b).
4. Visa att för varje naturligt tal $n \geq 2$ är talet 12 en delare till $10^n - 4$.
5. Bestäm alla komplexa tal z sådana att $4z^2 + 8|z|^2 = 3$.
6. (a) Beräkna resten vid division av $X^{100} + X^{99} + \dots + X + 1$ med $X - 1$.
(b) Formulera och bevisa faktorsatsen.

Om Du inte har godkänt på inlämningsuppgifterna löser Du efterföljande problem 7 - 9:

7. Vilka av följande utsagor är ekvivalenta $A \Rightarrow B$, $A \Rightarrow \neg B$, $\neg B \Rightarrow \neg A$. Motivera noga!
8. 85% av dem som ämnar fortsätta läsa matematik väljer Algebraiska strukturer, 90% väljer Specialkursen i matematik och 75% väljer Logik och geometri. Visa att minst 50% av eleverna väljer alla tre kurser.
9. Låt x och y vara reella tal. Skriv ut negationen av följande utsaga så att negationssymbolen inte förekommer i svaret

$$\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} [x > 0 \Rightarrow xy > 0].$$

Är den givna utsagan falsk eller sann?

Varje uppgift ger maximalt 3p.

Om Du har godkända inlämningsuppgifter löser Du uppgifterna 1 - 6. Det krävs minst 8p för godkänt och minst 15p för väl godkänt (med bonus från inlämningsuppgifter 14p).

Om Du inte har gjort inlämningsuppgifter krävs dessutom minst 4p på uppgifterna 7 - 9. För att få bonuspoäng på 1 - 6 krävs minst 7p på dessa uppgifter (eller 22p på hela skrivningen). Tentamensresultaten meddelas senast den 22 juni kl. 13.30.