

- Vilka av följande mängder är lika: $A = \{n \in \mathbb{Z} \mid |n| < 2\}$, $B = \{n \in \mathbb{Z} \mid n^3 = n\}$, $C = \{n \in \mathbb{Z} \mid n^2 \leq 2n\}$, $D = \{0, 1, 2, 3, 4\}$?
 - Bestäm mängden $(A \setminus B) \cup (C \cap D)$.
- Är följande utsaga sann eller falsk (\mathbb{R} betecknar de reella talen och \mathbb{N} de naturliga talen):

$$\forall x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} (x < y \Rightarrow \exists n \in \mathbb{N} (x < n \wedge n < y))?$$

Formulera negationen till denna utsaga så att negationssymbolen “ \neg ” inte förekommer i svaret. Vilka logiska sanningar (tautologier) använder Du? Bevisa en av dessa tautologier!

- Låt $A = \{2, 3, 4, \dots\}$ vara mängden av alla naturliga tal större än 1 och B mängden av alla primtal. Låt $f : A \rightarrow B$ vara funktionen definierad så att $f(n)$ = den minsta primtal som delar n (tex $f(6) = 2$, $f(35) = 5$, $f(41) = 41$ osv).
 - Är funktionen f injektiv? Är den surjektiv?
 - Vilka naturliga tal n avbildas på 2 (dvs $f(n) = 2$)?
 - Ge exempel på fem tal n i A sådana att $f(n) = 3$. Finns det oändligt många sådana naturliga tal n ? Får Du samma svar då man ersätter 3 med ett annat primtal?
- Ge exempel på en uppräknelig och en icke-uppräknelig mängd. Bevisa ett av Dina påståenden.
 - Låt $A = \mathbb{Q}$ vara mängden av alla rationella tal och B mängden av alla icke-rationella reella tal. Vad är mängden $A \cup B$? Är mängden B uppräknelig eller icke-uppräknelig? Motivera noga alla Dina svar!
- Bevisa att för varje $n = 1, 2, 3, \dots$ är

$$\frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 11} + \dots + \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} = \frac{n}{6n+4}.$$

- Bestäm primfaktoruppdelningar av talen $a = 4725$ och $b = 9702$ och utnyttja Ditt resultat för att beräkna $\text{SGD}(a, b)$ samt $\text{MGM}(a, b)$.
 - Beräkna $\text{SGD}(a, b)$ genom att använda Euklides algoritm.
- Vi bevisade att talen $\sqrt{2}$ och $\sqrt[3]{5}$ inte är rationella. Ge exempel på några andra reella tal som inte är rationella och bevisa ett av Dina påståenden.
- Beräkna $\sqrt{33 + 56i}$.
 - Vad menar man med symbolen \sqrt{a} då a är ett reellt tal och vad menar man med denna symbol då a är ett komplext tal (t ex $\sqrt{16}$ och $\sqrt{33 + 56i}$)?

Varje uppgift ger maximalt 3p. För godkänd skrivning krävs minst 10p. För väl godkänd krävs minst 20p.

Skrivningarna kan hämtas på mottagningsrummet varje vardag mellan 12.30 och 13.00 från och med den 15 november. Upplýsningar om tentamensresultaten lämnas också per telefon fr o m den 15 november: tel. 772 3509 efter kl. 14.00.