

- Om X och Y är godtyckliga mängder så betecknar $X \times Y$ mängden av alla par (x, y) , där $x \in X$ och $y \in Y$ (den kartesiska produkten av X och Y).
 - Låt $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 3\}$ och $C = \{1, 4\}$. Skriv ut alla element i mängderna $A \times B$, $A \times C$ och $A \times (B \cap C)$.
 - Är det alltid sant att $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$? Bevisa Ditt påstående med hjälp av definitionerna av mängdoperationerna. Använd de logiska konnektiven.
- Bevisa eller motbevisa följande påståenden:
 - $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} x + y > 5$,
 - $\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} x + y = 5$,
 - $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} xy = 1$.Formulera negationer till alla påståenden (a) – (c).
- Betrakta en injektiv funktion $f : A \rightarrow B$, där $A = \{1, 2, 3\}$ och B är en mängd. Vad kan man säga om antalet element i B ?
 - Betrakta en surjektiv funktion $g : A \rightarrow B$, där $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ och A är en mängd. Vad kan man säga om antalet element i A ?
 - Vad betyder det att två mängder A och B har samma kardinalitet?
Ge exempel på funktioner f och g i (a) och (b).
- Största gemensamma delaren till två heltal räknas ofta med hjälp av Euklides algoritm eller printalfaktoriseringar. Förklara dessa två metoder och jämför deras användningsmöjligheter. Välj $a = 150$ och $b = 204$ för Dina beräkningar. Bestäm också en heltalig lösning till ekvationen $150x + 204y = 6$.
- Jämför talen $n!$ och 3^n då $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots$ ($n!$ betecknar produkten $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$; t ex $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$). Vilket av dessa två tal är störst? Formulera Ditt påstående och bevisa med hjälp av matematisk induktion.
- Låt $z = \cos 45^\circ + i \sin 45^\circ$. Motivera att $z^8 = 1$ och tolka geometriskt alla potenser z^k då $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$. Lös ekvationerna $z^8 = 1$ och $z^4 = -1$. Vilka av lösningarna till den första ekvationen löser den andra? Du får gärna svara genom att utnyttja Din geometriska tolkning.
- Beräkna några skillnader $x^2 - y^2$, där x och y är udda heltal. Vilken potens av 2 dividerar dessa skillnader?
 - Bevisa att 4 alltid dividerar $x^2 - y^2$ då x, y är godtyckliga udda heltal.
 - Kan man ersätta 4 med 8 i (a)? Bevisa Ditt påstående!
- Vad menas med ett rationellt tal? Bevisa att talet $a = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ inte är rationellt.
(Ledning: Beräkna a^2 .)

Varje uppgift ger maximalt 3p. För godkänd skrivning krävs minst 10p. För väl godkänd krävs minst 20p.

Skrivningarna kan hämtas på mottagningsrummet varje vardag mellan 12.30 och 13.00 från och med den 30 augusti.