

### Tentamensskrivning i MAL 200, del 4

1. Ge exempel på
  - (a) en relation som är transitiv, men inte symmetrisk,
  - (b) ett reellt tal som inte är rationellt,
  - (c) en ring som inte är en kropp.Motivera dina svar!
2. Faktoruppdela polynomet  $X^4 - 7X^2 - 8$  i produkt av irreducibla polynom med koefficienter i  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$  och  $\mathbb{C}$  (dvs i  $\mathbb{Q}[X]$ ,  $\mathbb{R}[X]$  och  $\mathbb{C}[X]$ ).
3. (a) På hur många olika sätt kan man placera 12 personer vid ett runt bord om man bara bryr sig om vilka en given person har till vänster resp. höger om sig, och inte vem som sitter på vilken stol?  
(b) På hur många sätt kan detta göras om två av personerna, kalla dem P och Q, inte får sitta bredvid varandra?

4. Formulera och bevisa Pythagoras' sats.
5. Visa att vinkelsumman i en godtycklig fyrhörning är  $360^\circ$ .
6. Definiera operationen " $*$ " på mängden  $\mathbb{Z}$  av heltalen genom

$$m * n = m^n$$

då  $m, n \in \mathbb{Z}$ . Beräkna  $2 * 5$ ,  $2 * (-2)$  och  $2 * 0$ . Är denna operation kommutativ? Associativ? Finns det ett neutralt element?

7. Vilken rest ger  $2^{2000}$  vid division med
  - (a) 31
  - (b) 11
  - (c) 341 ?
8. (a) Förklara vad man menar när man säger att de reella talen bildar en *ordnad* kropp.  
(b) Motivera att de komplexa talen inte kan ordnas med en ordningsrelation. Visa t ex att både  $i < 0$  och  $i > 0$  leder till motsägelser. (4p)

**Varje uppgift utom en ger maximalt 3 poäng. För godkänd skrivning krävs minst 12 poäng. För väl godkänd krävs minst 18 poäng (utan bonuspoäng).**

Tentan räknas vara färdiggrättad fredagen den 28 april. Tentor kan hämtas i mottagningsrummet kl 12.30–13.00 varje vardag. Tentamensresultat lämnas ut på telefon 772 35 09 efter kl 14.00.

Lycka till!

Jan Stevens