1. Ge exempel på

   (a) en relation som är transitiv, men inte symmetrisk,

   (b) en operation på heltalsmängden $\mathbb{Z}$ som inte är kommutativ,

   (c) en restring $\mathbb{Z}_n$ som inte är en kropp.

   Motivera mycket noga Dina svar!

2. (a) Ange en tredjegradsekvation med en dubbelrot 3 och en enkel rot 4.

   (b) Förklara hur kan man lösa ekvationen i (a) då man inte känner till dess rötter på förhand. Lös ekvationen i enlighet med den metod som Du har valt.

3. Låt M vara mängden av heltalen och definiera operationen "$*$" på M så att:

   $$m * n = m^3 + n^3$$

   då $m, n \in M$. Beräkna $2 * 5$, $2 * (-2)$ och $2 * 0$. Är denna operation kommutativ? Associativ? Finns det ett neutralt element? Bestäm alla element i M som har invers.

4. (a) Förklara vad man menar när man säger att de reella talen bildar en ordnad kropp.

   (b) Motivera att de komplexa talen inte kan ordnas med en ordningsrelation. Visa t ex att både $i < 0$ och $i > 0$ leder till motsägelser.

5. Formulera och bevisa "bisektrissatsen".

6. I en triangel ABC är medianerna AP (P mittpunkten på BC) och BQ (Q mittpunkten på AC) lika långa. Visa att sidorna AC och BC är lika långa.

7. (a) Vilka rester lämnar kvadraterna av heltal vid division med 5?

   (b) Motivera att det inte finns några heltal x och y som löser den Diofantiska ekvationen $x^2 - 3y^2 = 5$ genom att studera rester vid division med 5 av vänster– och högerled i denna ekvation.

8. Ett registreringsnummer på en bil består av tre bokstäver och tre siffror. Hur många olika registreringsnummer kan bildas om antalet bokstäver som används är 26?

Varje uppgift ger maximalt 3p. För godkänd skrivning krävs minst 10p. För väl godkänd krävs 20p. Tentamensresultaten meddelas senast måndagen den 14 september kl. 13.30.
TENTOR KAN HÄMTAS I MOTTAGNINGSRUMMET KL. 12.30 – 13.00 VARJE VARDAG.