

Göteborgs universitet

INLÄMNINGSUPPGIFTER 1

Dessa inlämningsuppgifter är en del av examinationen i samband med delkurs 3/1 av MAL200/220. Varje uppgift ger maximalt 3p. Om du får 75% av antalet poäng på alla uppgifter under kursens gång (del 3) så får Du 2 bonuspoäng (av 24 poäng) på skrivningen (gäller t o m 010831). Bonuspoäng kan inte tillgodoräknas för betyget VG.

Du får gärna diskutera lösningarna med andra, men Din skriftliga redovisning skall vara självständig. Försök ge utförliga motiveringar och presentera lösningarna klart och tydligt.

Lämna in lösningarna senast tisdagen den 3 oktober.

- (a) Använd kvantorer och de logiska konnektiven för att formulera följande utsaga: Om $n \geq 1$ är ett naturligt tal så är både $6n - 1$ och $6n + 1$ primtal. Är denna utsaga sann? Motivera Ditt påstående.

(b) Formulera negationen till utsagan i (a) (så att negationssymbolen “ \neg ” inte förekommer i svaret). Vilken logisk sanning (tautologi) använder Du?

(Du kan beteckna mängden av primtalen med t ex \mathbb{P}).
- Låt A , B och C beteckna tre mängder. Rita Venn-diagram som svarar mot vänster- och högerled i likheten:

$$(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C).$$

Stämmer likheten? Bevisa Ditt påstående! Använd definitionerna av “ \cup , \cap ” och “ \setminus ”. Vilka logiska lagar (tautologier) har Du använt?

- Bevisa att $\sqrt[3]{5}$ inte är ett rationellt tal.
- Låt x och y vara godtyckliga icke-negativa reella tal. Bevisa olikheten

$$\left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{2} \right)^2 \leq \frac{x + y}{2}$$

och förklara när vänster- och högerled är lika. Motivera noga varje steg i Ditt bevis.