

Göteborgs universitet

INLÄMNINGSUPPGIFTER 1

Dessa inlämningsuppgifter är en del av examinationen i samband med delkurs 3/1 av MAL200/220. Varje uppgift ger maximalt 2p. Om du får 75% av antalet poäng på alla uppgifter under kursens gång (del 3) så får Du 2 bonuspoäng (av 24 poäng) på skrivningen (gäller t o m 010831). Bonuspoäng kan inte tillgodoräknas för betyget VG.

Du får gärna diskutera lösningarna med andra, men Din skriftliga redovisning skall vara självständig. Försök ge utförliga motiveringar och presentera lösningarna klart och tydligt.

Lämna in lösningarna senast fredagen den 9 februari.

1. Goldbachs förmodan säger att varje jämnt heltal större än 2 är en summa av två primtal. Formulera Goldbachs förmodan med hjälp av kvantorerna “ \forall ” och “ \exists ”. Beteckna de naturliga talen med \mathbb{N} och primtalen med \mathbb{P} . Formulera därefter negationen till Goldbachs förmodan så att negationssymbolen inte förekommer i Ditt svar.
2. (a) Låt $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 5\}$ och $C = \{1, 2, 6\}$. Bestäm mängderna $A \setminus (B \setminus C)$ och $(A \setminus B) \cup (A \cap C)$.
(b) Är det alltid sant att mängderna $A \setminus (B \setminus C)$ och $(A \setminus B) \cup (A \cap C)$ är lika? Bevisa Ditt påstående med hjälp av definitionerna av mängdoperationerna. Använd de logiska konnektiven. Vilka logiska lagar (tautologier) har Du använt? Rita också motsvarande Venn-diagram.
3. Låt a, b, c, d vara positiva reella tal. Bevisa olikheten:

$$\sqrt{(a+c)(b+d)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{cd}.$$

När gäller likheten? Motivera noga varje steg i Ditt bevis.