

1. Låt n, a, b beteckna naturliga tal. Vilken egenskap hos n definierar utsagan:

$$\forall a, b \in \mathbb{N} : (n > 1 \wedge n = ab \Rightarrow a = 1 \vee b = 1)?$$

Skriv negationen till denna utsaga så att negationssymbolen inte förekommer i svaret.

2. Låt A, B och C beteckna tre mängder. Rita Venn-diagram som svarar mot vänster- och högerled i likheten:

$$(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C).$$

Stämmer likheten? Bevisa Ditt påstående! Använd definitionerna av " \cup, \cap " och " \setminus ". Vilka logiska lagar (tautologier) har Du använt?

3. Låt $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Välj mängder B, C, D och definiera funktioner $f : A \rightarrow B, g : A \rightarrow C, h : A \rightarrow D$ så att

- (a) f är injektiv, men ej surjektiv;
- (b) g är surjektiv, men ej injektiv;
- (c) h är bijektiv.

4. (a) Vad menas med att två mängder A och B har samma kardinalitet?

(b) Är mängden av alla rationella tal x sådana att $0 < x < 1$ uppräknelig? Bevisa Ditt påstående!

5. Bevisa med hjälp av matematisk induktion att 7 är en delare till $5^n + 9^n$ då $n = 1, 3, 5, \dots$ (udda exponenter).

6. (a) Definiera största gemensamma delaren SGD och minsta gemensamma multipeln MGM till två heltal a och b . Förklara sambandet mellan $a, b, \text{SGD}(a, b)$ och $\text{MGM}(a, b)$.

(b) Besäm alla naturliga tal a och b sådana att

$$ab = 375$$

och $\text{SGD}(a, b) = 5$. Beräkna $\text{MGM}(a, b)$ samt talen a och b .

7. (a) Låt $p > 3$ vara ett primtal. Bevisa att minst ett av talen $p + 2$ eller $p + 4$ inte är ett primtal.

(b) Ge ett exempel på ett primtal p sådant att både $p + 4$ och $p + 8$ är primtal. Finns det några andra exempel?

8. (a) Låt $z \neq 0$ beteckna ett komplext tal. Definiera vad man menar med den polära formen av z .

(b) Låt z beteckna komplexa tal sådana att $|z - 2i| = |z - 3i|$. Beräkna $z - \bar{z}$. Ge en geometrisk tolkning av uppgiften.

Varje uppgift ger maximalt 3p. För godkänd skrivning krävs minst 10p. För väl godkänd krävs minst 20p.

Skrivningarna kan hämtas på mottagningsrummet varje vardag mellan 12.30 och 13.00 från och med den 3 maj. Upplýsningar om tentamensresultaten lämnas också per telefon fr o m den 3 maj: tel. 772 3509 efter kl. 14.00.