MATEMATIK
Göteborgs universitet

Tentamensskrivning i
MAL 200, del 3, 5p
1999-06-08, kl 8.45 - 13.45
Hjälpmedel: valfri miniräknare
Telefonvakt: Martin Brundin, tel. 0740–479626

1. (a) A är en mängd med 3 element och B är en mängd med 5 element. Hur många element kan ingå i mängderna $A \cap B$ och $A \cup B$? Ge exempel!

   (b) A har k element, B har l element, och $A \cap B$ har m element. Hur många element har $A \cup B$? Beteckna antalet element i en mängd X med $|X|$ och skriv ut en formel för antalet element i $A \cup B$. Formulera motsvarande formel för $|A \cup B \cup C|$.

2. Låt n vara ett naturligt tal.

   (a) Är utsagan "*Om* $3|n$ *och* $5|n$ *så* $3 \nmid n$ *implicerar att* $5 \nmid n$" sann?

   (b) Beteckna utsagan $3|n$ med p, och utsagan $5|n$ med q. Utsagan i (a) säger $(p \wedge q) \Rightarrow (\neg p \Rightarrow \neg q)$. Är detta en tautologi?

3. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska:

   (a) Varje heltal större än 10 och mindre än 20 är ett primtal.

   (b) Det finns två heltal a och b vars summa $a + b$ och produkt ab är udda.

   (c) För varje heltal a finns ett heltal b så att summan $a + b$ är jämn.

   Motivera noga Dina svar (ge bevis)! Formulera också negationerna till (a), (b) och (c).

4. (a) Vad menas med en uppräknelig mängd? Formulera definitionen och ge två exempel på uppräkneliga mängder.

   (b) Bevisa att de reella talen bildar en icke–uppräknelig mängd.

5. Låt $a_1, a_2, a_3, \ldots$ vara en följd sådan att $a_1 = 5$ och $a_{n+1} = 2a_n + 3^n$ då $n \geq 1$. Beräkna a_2, a_3 och a_4. Visa att $a_n = 2^n + 3^n$.

6. (a) Definiera begreppet största gemensamma delaren till två heltal a och b ($\mathrm{SGD}(a, b)$).

   (b) Låt n vara ett heltal. Bevisa att största gemensamma delaren till talen n och $n+4$ alltid är 1 eller 2 eller 4. Ge exempel då dessa tre fall inträffar.

7. Bestäm alla heltaliga lösningar till ekvationen $15x - 21y = 33$. För hur många av dessa lösningar är $0 < x < 1000$?

8. Lös ekvationen $ix^2 + (4 - 4i)x - 10 = 0$ och skriv dess lösningar på formen $a + bi$.

Varje uppgift ger maximalt 3p. För godkänd skrivning krävs minst 10p. För väl godkänd krävs minst 20p. Tentamensresultaten meddelas den 16 juni.