

Tentamen i MAL610, del 1

Var noga med motiveringarna!
Skriv endast en uppgift per blad.
Skriv bara på papperets ena sida.

1. Visa att

$$\ln(1+x) > x - x^2/2$$

om och endast om $x > 0$.

2. Undersök kurvan

$$y = \frac{(x-1)(2-x)}{x^2}$$

med avseende på nollställena, asymptoter, symmetri, växande och konkavitet. Rita kurvan.

3. Bestäm antalet reella nollställena till polynomet

$$x^5 - 80x + 5.$$

4. Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x) + \ln(1+x) + x \arctan x}{\cos x - e^{-\frac{x^2}{2}}}.$$

5. En 5 m lång stege står lutad mot en 7 m hög lodrät vägg. Dess nedre ände dras bort från väggen längs den vågräta marken med hastigheten 2 m/s. Med vilken hastighet glider dess övre ände längs väggen då den nedre änden är 3 m från väggen?

6. Definiera begreppet derivata.

Härled derivatan av funktionen $\sin x$. Att $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin h}{h} = 1$ får förutsättas.

7. Visa att om funktionen f är definierad på det öppna intervallet $]a, b[$, har ett lokalt minimum i punkten c i $]a, b[$ och är deriverbar i c så är $f'(c) = 0$.