

Tentamen i MAL610, del 1

Var noga med motiveringarna!
Skriv endast en uppgift per blad.
Skriv bara på papperets ena sida.

1. Visa att

$$\arctan x > x - x^3/3$$

om och endast om $x > 0$.

2. Undersök kurvan

$$y = \frac{x^3}{(x-1)^2}$$

med avseende på nollställen, asymptoter, symmetri, växande och konkavitet. Rita kurvan.

3. Bestäm ett tredjegradspolynom $p(x)$ så att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{då } x < 0 \\ p(x) & \text{då } 0 \leq x \leq 1 \\ (x-1)^2 & \text{då } x > 1 \end{cases}$$

blir deriverbar på hela \mathbb{R} .

4. Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - \frac{1}{1-x}) \ln(1+x)}{\arctan x - \sin x \cos x}.$$

5. En bonde har en kvadratisk åker med sidan 300 m. Kvadratens sidor ligger i öst-västlig och nord-sydlig riktning. Han står mitt på den östra sidan av åkern och skall nu gå hem och äta lunch i sitt hus som ligger vid åkerns sydvästra hörn. Vilken är hans snabbaste väg hem om han kan gå 100 m/min utanför åkern och 70 m/min i åkern?
6. Formulera och bevisa medelvärdessatsen. Rolles sats får användas men skall formuleras.
7. Definiera funktionen x^a för ett godtyckligt reellt tal a och för alla positiva reella tal x och härled dess derivata.