

Övningar i Reell analys, vt-04.

Kapitel 1

1. Ange (i den mån de existerar) supremum, infimum, största element och minsta element till följande delmängder av \mathbb{R} .
 - (a) $\{\frac{n}{n+1}; n = 1, 2, \dots\}$
 - (b) $\{\frac{x}{x+1}; x > 0\}$
 - (c) $\{x \in \mathbb{Q}; x \leq \pi\}$
2. Bestäm $\sup\{a_n; n = 1, 2, \dots\}$ och $\inf\{a_n; n = 1, 2, \dots\}$ om
 - (a) $a_n = n(e^{1/n} - 1)$
 - (b) $a_n = \frac{(-1)^n n}{1+n^2}$
 - (c) $a_n = \frac{(-1)^n n}{1+n}$
3. Finn supremum och infimum av följande mängder
 - (a) $\{2^{-p} + 3^{-q} + 5^{-r}; p, q, r \in \mathbb{Z}^+\}$
 - (b) $\{x; 3x^2 - 10x + 3 < 0\}$
4. Visa att mängden $\{x \in \mathbb{Q}; x^2 < 2\}$ inte har någon minsta rationell majorant, genom att visa att om r vore en sådan så skulle $r^2 = 2$.
5. I konstruktionen av \mathbb{R} definieras $\alpha > 0$ för $\alpha \in \mathbb{R}$ som $(a_n) > 0$ (för definition av detta se stencilen), där $\alpha = [a_n]$. Visa att definitionen är oberoende av valet av representant (a_n) för α .
6. Visa Lemma 4 i föreläsningssanteckningarna.
7. Rudin kap 1: uppgift 1, 5, 8 och 9.