

## Flervariabelanalys

**Kursansvarig och föreläsare:** Alexander Stolin, 031-772 5320, rum 2418,  
astolin@math.chalmers.se

**Kurslitteratur:** [PB] Persson, Böiers: Analys i flera variabler (Studentlitteratur)  
Övningshäfte: Övningar till Analys i flera variabler  
[GLO] Gustafsson–Löfström–Olsson: Några grundläggande  
begrepp i matematisk analys

### Undervisning och examination

För föreläsningar och lektionsinnehåll med övningsuppgifter se kursplanen och lektionssprogrammet nedan. På föreläsningarna går kursinnehållet igenom, i stort sett följande kursboken. Läs igenom de avsnitt som ska behandlas innan så blir det betydligt enklare att följa med och veta vad som eventuellt behöver antecknas. På lektionerna behandlas övningsuppgifter, dels genom gemensam genomgång, dels genom eget arbete under övningsledarens handledning. När du löser uppgifter bör du vinnlägga dig om att skriva ner lösningarna så att de kan förstås av utomstående.

**Slutprovet** äger rum den 18 mars, fredag. Vid tentamen är inga hjälpmedel tillåtna. Skrivningen innehåller åtta uppgifter om tillsammans 25 poäng. Gränsen för betyget godkänt är 12 poäng, gränsen för väl godkänt är 20.

### Kursplan

Dag	Föreläsningarnas innehåll (preliminärt)	Avsnitt
24/1	Introduktion till kursen. Rummet $\mathbb{R}^n$ . Funktioner från $\mathbb{R}^n$ till $\mathbb{R}^p$ . Kurvor och ytor	[PB] 1.1 – 1.4
26/1	Gränsvärdesbegreppet för funktioner av flera variabler. Räknelagar för gränsvärden. Kontinuerliga funktioner	[PB] 1.5 – 1.6
28/1	Partiella derivator. Begreppet differentierbarhet. Tangentplan. Kedjeregeln i flera variabler	[PB] 2.1 – 2.3
31/1	Gradient och dess geometriska tolkning. Riktningderivata. Partiella derivator av högre ordning	[PB] 2.4 – 2.5
4/2	Taylors formel. Lokala extrempunkter Begreppet differential	[PB] 2.6 [PB] 2.7
7/2	Kurvor och ytor: tangent till kurvor, tangentplan och normal till ytor. Funktionalmatriser.	[PB] 3.1 – 3.2
11/2	Funktionaldeterminant för funktioner från $\mathbb{R}^n$ till $\mathbb{R}^n$ Inversa funktionssatsen och implicita funktionssatsen	[PB] 3.3 – 3.4
14/2	Konvergens. Fullständighet av $\mathbb{R}^n$	[GLO] 1.2
18/2	Topologi: öppna, slutna, kompakta mängder	[GLO] 1.3
21/2	Kontinuerliga funktioner	[GLO] 1.4 – 1.5
25/2	Likformig kontinuitet	[GLO] 1.5 – 1.6

## Lektionsprogram

Programmet nedan till varje lektionspass inleds med vissa subjektiva värderingar om vad man bör lägga special tonvikt på vid inläsningen. Det vore bra om du läser igenom de avsnitt som tas upp på föreläsningarna och räknar igenom uppgifterna före övningstillfället och frågar på de uppgifter du inte klarar.

**[PB] Kap. 1**                      Text: 1.1-1.4

Läs igenom texten med speciell tonvikt på beteckningarna. Benämningar i  $\mathbb{R}^n$  som t ex längd, ortogonalitet, skalär produkt osv härstammar från det vanliga rummet. Du måste förstå innebörden av begreppen öppen, slutet respektive kompakt mängd. Det är viktigt att kunna beskriva utseendet av plana kurvor (givna på parameterform eller som nivåkurvan till någon reellvärd funktion av två variabler) och ytor.

Uppgifter: 1.6-1.8, 1.12, 1.15, 1.18, 1.20, 1.21ab, 1.31, 1.34, 1.36

**[PB] Kap. 1**                      Text 1.5-1.6

Lär dig definitionen av gränsvärden och kontinuitet för funktioner av flera variabler så väl att du kan tillämpa detta på problemlösning. Titta tillbaka på standardgränsvärdena för envariabelfunktioner.

Uppgifter: 1.25cdf, 1.26, 1.28cde, 1.30, 1.32

**[PB] Kap. 2**                      Text 2.1-2.3

Du måste förstå innebörden av och kunna tillämpa definitionen av partiell derivata. Lär dig begreppet differentierbarhet. Differentierbarhet är ett strängare krav på en funktion än partiell deriverbarhet. Hanterandet av kedjeregeln i flera variabler är mycket viktigt.

Uppgifter: 2.1bcde, 2.3, 2.4, 2.7abcd, 2.8, 2.11, 2.13, 2.17, 2.21, 2.23-2.25

**[PB] Kap. 2**                      Text 2.4-2.5

Lär dig begreppen gradient och riktningsderivata, förstå såväl definitionen som den geometriska tolkningen. Du måste kunna tillämpa kedjeregeln vid beräkning av partiella derivator av högre ordning. Det är viktigt vid förenkling av partiella differentialekvationer.

Uppgifter: 2.28, 2.31, 2.35, 2.36-2.38, 2.40b, 2.45, 2.50, 2.52, 2.57, 2.59

**[PB] Kap. 2**                      Text 2.6

Taylors formel och dess tillämpning på undersökning av stationära punkter är viktig. För att bestämma lokala extrempunkter måste du kunna bestämma typen av kvadratiska former.

Uppgifter: 2.60, 2.61b, 2.64, 2.65, 2.67, 2.68, 2.70, 2.91

**[PB] Kap. 3**                      Text 3.1-3.4

Här ska du lära dig att ta fram tangent till kurvor och normal till ytor på parameter form i rummet. Du måste kunna beräkna derivatan (funktionalmatrisen) till vektorvärda funktioner och använda kedjeregeln på matrisform. Lär dig begreppet funktionaldeterminant för funktioner från  $\mathbb{R}^n$  till  $\mathbb{R}^n$ .

Uppgifter: 3.1, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.8, 3.11, 3.12, 3.14, 3.16, 3.17, 3.18, 3.21, 3.23, 3.24,

3.26, 3.30, 3.32, 3.36, 3.40

**[GLO] Kap. 1**                      Text 1.1-1.2

Lär dig följande satser: sats om monoton konvergens, Bolzano-Weierstrass sats, Cauchys konvergensprincip.

Uppgifter i avsnitt 1.1: 1,2,4.

Uppgifter i avsnitt 1.2: 2-5

**[GLO] Kap. 1**                      Text 1.3

Topologi i  $\mathbb{R}^n$

Uppgifter i avsnitt 1.3: 1,2,4-9,

**[GLO] Kap. 1**                      Text 1.4-1.5

En gång till om kontinuerliga funktioner.

Uppgifter i avsnitt 1.4: 1-5,7-9

Uppgifter i avsnitt 1.5: 1-3

**[GLO] Kap. 1**                      Text 1.5-1.6

Likformig kontinuitet.

Uppgifter i avsnitt 1.5: 4-7, 10,11

Uppgifter i avsnitt 1.6: 1,2