Försök till svar till några tentor i Linjär Algebra, del 1

98-01-02

3. Exempelvis $\mathbf{x} = (15, -5, 0) + t(1, 3, 0)$.
4. $\frac{1}{5}(7, 14, 5)$
5. De är linjärt oberoende.
6. $a \neq \pm 1$. Invers $\frac{1}{a^2-1}\begin{bmatrix} a & -1 & 0 & 0 \\ -1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & a \\ 0 & 0 & a & -1 \end{bmatrix}$
7. Matrisen är $\begin{bmatrix} 0 & -u_3 & u_2 \\ u_3 & 0 & -u_1 \\ -u_2 & u_1 & 0 \end{bmatrix}$ Nollrummet är Span$\{\mathbf{u}\}$.
8. Matrisen är diagonaliserbar då och endast då $x \neq 2$.

98-03-14

3. Närmaste punkt är $(-3, 4, 3)$ och avståndet är $\sqrt{5}$.
4. Kolonnerna nummer 1 och 3 i A bildar en bas för kolonnrummet.
   Bas för nollrummet: $(2, 1, 0, 0, 0), (1, 0, 3, 1, 0), (-3, 0, 4, 0, 1)$
   Bas för radrummet: $(1, -2, 0, -1, 3), (0, 0, 1, -3, -4)$
5. Rötterna $1, 2, -3$ samt 0.
6. $P = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$
7. Efter ett år: 5.9 milj. i städer, 6.1 milj. på landet
   Långsiktigt 8.0 milj. i städer, 4.0 milj. på landet.
8. T.ex. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & -10 \\ 2 & -3 & -4 & 1 \\ 3 & -1 & -6 & -9 \end{bmatrix}$

98-04-04

3. Matrisen är $\frac{1}{7}\begin{bmatrix} -3 & -2 & 6 \\ -2 & -6 & -3 \\ 6 & -3 & 2 \end{bmatrix}$.
4. (a) $\begin{bmatrix} -28 & -13 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ -7 & -3 & 1 \end{bmatrix}$
   (b) Använd radreducering och konjugatregeln.
   (c) -5
5. (a) Lösningar $(5, -2)$ resp. $(-2, 1)$.
   (b) $X = \begin{bmatrix} 5+t & -2+s \\ -2-2t & 1-2s \\ t & s \end{bmatrix}$
6. $P = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, B = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$
7. Nollrummet har basen $(3, 2, 1)$. Visa att denna vektor ligger i kolonnrummet.
8. Led antagandet att $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ är en egenvektor till en motsägelse.